ORSAY
N° d'ordre
1662

THÈSE

DE

DOCTORAT ÈS-SCIENCES PHYSIQUES

présentée

A L'UNIVERSITÉ PARIS SUD
CENTRE D'ORSAY

par

Gérard FORTUNATO

pour obtenir

LE GRADE DE DOCTEUR ES-SCIENCES

Sujet de la thèse :

ÉTUDE D'UN SPECTROMÈTRE INTERFÉRENTIEL A MODULATION SÉLECTIVE APPLICATIONS

---

soutenue le 25 Juin 1976 devant la Commission d'Examen :

MM. JACQUINOT — Président

BOUCHAREINE
CANTACUZENE
FRANÇON
MARECHAL
PIEUCHARD
— Examinateurs

ORSAY
N° d'ordre
7662

THÈSE

DE

DOCTORAT ÈS-SCIENCES PHYSIQUES

présentée

A L'UNIVERSITÉ PARIS SUD

CENTRE D'ORSAY

par

Gérard FORTUNATO

pour obtenir

LE GRADE DE DOCTEUR ES-SCIENCES

Sujet de la thèse :

ÉTUDE D'UN SPECTROMÈTRE INTERFÉRENTIEL A MODULATION SÉLECTIVE APPLICATIONS

---

soutenue le 25 Juin 1976 devant la Commission d'Examen :

MM. JACQUINOT — Président

BOUCHAREINE
CANTACUZENE
FRANÇON
MARECHAL
PIEUCHARD
— Examinateurs

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

AVANT-PROPOS.

Le travail qui est présenté dans cette thèse a été effectué au laboratoire de physique de l'Ecole Normale Supérieure de l'Enseignement Technique à Cachan, et je tiens à remercier particulièrement M.M. Basquin, Cardiveau et Chureau de m'avoir aidé à développer dans cet établissement un laboratoire de recherches dont les premiers résultats sont exposés dans ce mémoire.

Je tiens également à remercier les nombreux collaborateurs qui m'ont secondé dans les différentes réalisations expérimentales que j'ai effectuées au cours de ce travail, en particulier M. Fondanèche pour tout ce qui concerne l'électronique, M. Brignolat et Mlle Wolfers pour les montages optiques, M.M. Streicher, Fournet et Rosiu pour leurs suggestions au cours des réalisations mécaniques.

Par ailleurs, cette étude expérimentale a été facilitée par l'aide que nous ont apportée la D.G.R.S.T. et le Ministère de la qualité de la vie.

Je voudrais, en terminant, assurer de ma reconnaissance Monsieur le Professeur Maréchal qui a dirigé ce travail et qui est à l'origine des différentes idées qui sont exposées ici.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41548114_0029

RESUME.

Ce travail concerne un spectromètre interférentiel permettant l'enregistrement direct d'une région spectrale étendue avec une très grande luminosité quelle que soit la résolution. Ce spectromètre offre, de plus, de multiples possibilités telles que spectromètre double faisceau, dérivation de spectres, corrélation de spectres ou de dérivées de spectres, et cela en n'exigeant la mise en œuvre que de composants optiques simples (ensemble de miroirs, ou ensemble de prismes biréfringents).

Son principe consiste à utiliser un interféromètre fournissant des franges rectilignes, de contraste unitaire quelle que soit l'étendue de la source, dans le plan focal d'un objectif où on place une grille qui permet, suivant sa transparence et sa constitution, de réaliser l'une des opérations précédemment citées. La tolérance la plus sévère, pour profiter de la grande étendue des interféromètres utilisés, concerne l'objectif dont les aberrations de champ doivent être corrigées. Il n'empêche que, dans les premiers montages expérimentaux réalisés et utilisant un simple doublet achromatique on a pu atteindre des performances comparables à celles d'appareils très élaborés.

TABLE DES MATIERES.

Plan du Chapitre I.

Etude de la place du S.I.M.S. dans l'ensemble des spectromètres

I. 1. Définitions p. 6

I. 2. Rappel sur les principaux spectromètres. p. 8

2. 1. Spectromètres à séparation spatiale de longueurs d'on

2. 2. Spectromètres à modulation sélective.

2. 3. Spectromètres à transformation de Fourier.

I. 3. Calcul du rapport signal sur bruit pour chaque type de spectromètre. p. 9

3. 1. Définitions

3. 2. Cas des spectromètres à séparation spatiale de longueurs d'o

3. 3. Cas des spectromètres à modulation sélective.

3. 4. Cas des spectromètres à transformation de Fourier.

3. 5. Comparaison de ces trois types de spectromètres.

3. 6. Cas des faibles flux lumineux.

I. 4. Cas du S.I.M.S. p. 1

Plan du Chapitre II.

Etude théorique de la méthode et des différentes possibilités.

II. 1. Principe de la méthode et interprétations p. 18

1. 1. a 1ère interprétation : résonance spatiale.

1. 1 b 2e interprétation variation du degré de cohérence partielle.

1. 2. Exploitation de la présence de la transformée de Fourier de la luminance spectrale.

II. 2. Calcul des fonctions d'appareil théoriques. p. 2

2. 1. Cas du spectromètre.

2. 2. Cas du spectromètre dérivateur d'ordre impair.

2. 3. Cas du spectromètre dérivateur d'ordre pair.

II. 3. Application à la corrélation des spectres. p. 3

3. 1. Corrélation des spectres.

3. 2. Corrélation des dérivées de spectres.

3. 3. Principe de réalisation des grilles corrélatrices.

3. 3. 1. Cas des spectres de raies

3. 3. 2. Cas des spectres continus

3. 4. Calcul du gain en rapport signal sur bruit.

3. 4. 1. Cas des spectres de raies.

3. 4. 2. Cas des spectres continus.

II. 4. Conclusion. p. 5

Plan du Chapitre III.

Fonction d'appareil réelle. Comparaison de l'étendue du S.I.M.S. à celle des autres spectromètre

III . 1. Introduction p. 55

III . 2. Calcul du chemin aberrant. p. 56

2. 1. Défaut de mise au point.

2. 2. Aberration sphérique.

2. 3. Coma.

2. 4. Courbure de champ.

2. 5. Astigmatisme.

2. 6. Distorsion.

III . 3. Conclusion quant au rôle joué par les aberrations de l'objectif. p. 81

3. 1. Résumé.

3. 2. Cas d'un doublet.

III . 4. Comparaison de l'étendue du S.I.M.S. à celle des spectromètres à fentes et des spectromètres interférentiels. p. 86

4. 1. Rappel des résultats.

4. 2. Comparaison avec le S.I.M.S.

4. 2. 1. Cas où les aberrations de l'objectif n'interviennent p

4. 2. 2. Cas où ρ est limité par les aberrations.

Plan du Chapitre IV.

Etude des différents interféromètres utilisables dans le S.I.M.S

IV. 1. Recherche de l'étendue maximum dans les interféromètres. p.

1. 1. Recherche théorique.
1. 2. Conséquences pratiques.

IV. 2. Etude de l'interféromètre de SAGNAC. p.

2. 1. Principe.
2. 2. Recherche de la géométrie optimum du Sagnac.
2. 3. Nécessité de la lame compensatrice.
2. 4. Tolérances optiques et mécaniques
2. 5. Réalisation pratique et réglage du Sagnac.
2. 6. Réalisation et mise en place de la grille.

IV. 3. Etude des possibilités offertes par les interféromètres biréfringents. p.

3. 1. Introduction.
3. 2. Interféromètre à deux Wollastons identiques.
3. 2. 1. Calcul de la différence de marche.
3. 2. 2. Influence de la distorsion des franges.
3. 2. 3. Résolution et étendue
3. 2. 4. Tolérances, réglages et réalisation.

3. 3. Interféromètre à deux Wollastons différents.
3. 3. 1. Introduction
3. 3. 2. Etude de l'interféromètre.

IV. 4. Etude de la contribution de ces interféromètres à quelques applications spectroscopiques. p.

4. 1. Spectromètre, spectromètre dérivateur.

4. 2. Spectromètre double faisceau.
4. 2. 1. Principe
4. 2. 2. Réalisation.

4. 3. Spectromètre corrélateur.
4. 3. 1. Cas des spectres de raies
4. 3. 2. Cas des spectres d'absorption des gaz.

Plan du Chapitre V

Modulation et détection du signal.

V. 1. Introduction p. 15

V. 2. Etude de la modulation du signal p. 15

2. 1. Cas où l'interféromètre est un Sagnac.

2. 1. 1. Principe

2. 1. 2. Réalisation pratique.

2. 2. Cas où l'interféromètre est biréfringent.

2. 2. 1. Principe

2. 2. 2. Cas où la modulation est obtenue par rotation du polariseur ou de l'analyseur :

a) effet des non. homogénéités d'épaisseur.

b) effet des non. homogénéités de transparence

2. 2. 3. Cas où la modulation est obtenue par biréfringence variable.

V. 3. Etude de la détection du signal. p. 170

3. 1 Introduction

3. 2. Réserve de dynamique

3. 3. Dynamique d'entrée

3. 4. Dynamique de sortie

3. 5. Etude des sources de bruit dans la chaîne de mesure.

Plan du Chapitre VI

Résultats expérimentaux.

VI . 1 . Introduction. p. 179

VI . 2 . Etendue des différents montages utilisés. p. 180

VI . 3 . Résultats expérimentaux. p. 183

3.1. Fonctions d'appareil

3.1.1. Fonction non apodisée H_o.

3.1.2. Fonction apodisée $H_{o,ap}$.

3.1.3. Fonction d'appareil dérivée première H_1.

3.1.4. Fonction d'appareil dérivée seconde H_2.

3.2. Spectres obtenus à partir des fonctions d'appareil H_o et $H_{o,ap}$.

3.2.1. Doublet jaune du Sodium.

3.2.2. Spectre d'une lampe à cathode creuse de fer.

3.2.3. Spectre de fluorescence

3.2.4. Spectres d'absorption obtenus avec un montage monofaisceau.

3.2.5. Spectres d'absorption obtenus avec le montage double faisceau.

3.3. Spectres obtenus à partir de la fonction d'appareil H_1 _ Dérivées de spectres.

3.4. Corrélation de spectres.

Introduction.

Le but recherché en spectrométrie est de mettre en œuvre un dispositif qui permette d'analyser la répartition d'énergie d'une source, en fonction de la fréquence, quelle que soit l'intensité de cette source, avec la résolution la plus grande possible, et dans le temps le plus court. Or, le plus souvent, il est fondamentalement impossible de répondre à ces trois exigences. En effet, étudier des sources très faibles est incompatible avec l'utilisation d'une très grande résolution car, dans la quasi-totalité des spectromètres existant, la luminosité $\mathcal{L}$ proportionnelle au flux émergent de l'appareil et la résolution R obéissent à une loi du type $\mathcal{L}.R = Cte$. Étudier des sources très faibles dans un temps très court est incompatible avec l'obtention d'un bon rapport signal sur bruit, ce dernier paramètre augmente en effet avec la luminosité et avec le temps que dure la mesure. Ces exigences contradictoires sont manifestes dans les spectromètres classiques à fentes utilisant des prismes ou des réseaux.

Cependant P. JACQUINOT, dès 1954, a ouvert une voie nouvelle à la spectrométrie en proposant l'utilisation des interféromètres à séparation de luminance. C'est ainsi qu'ont pris naissance trois nouveaux types de spectromètres : le FABRY-PEROT (CHABBAL 1953), le spectromètre à modulation sélective ou SISAM (P. CONNES 1958) et le spectromètre à transformation de Fourier issu des travaux initiaux de P. JACQUINOT et de P. FELGETT, et développé par J. et P. CONNES (1961).

Ces différents spectromètres permettent d'obtenir un meilleur compromis entre les deux paramètres L et R que les spectromètres à fentes. De plus le spectromètre à transformation de Fourier présente l'avantage multiplex, c'est à dire que l'énergie de tous les éléments spectraux contenus dans la source est utilisée durant tout le temps de la mesure, ce qui peut entraîner une augmentation du rapport signal sur bruit. Le spectromètre présente cependant l'inconvénient de nécessiter l'usage d'un calculateur.

Dans d'autres dispositifs, la luminosité L et la résolution R sont indépendantes, du moins théoriquement; c'est le cas du FABRY-PEROT sphérique concave (P. CONNES 1958), du spectromètre à grilles de GIRARD (1967), ainsi que du spectromètre qui fait l'objet de la présente étude.

Ce spectromètre appartient à la catégorie des spectromètres interférentiels à modulation sélective; nous l'appellerons dans la suite de ce travail S.I.M.S. Son principe, suggéré par R. PRAT en 1964, repose sur l'utilisation d'un interféromètre fournissant, dans le plan focal d'un objectif, des franges rectilignes dont la luminosité n'est limitée que par la géométrie de l'interféromètre et par les aberrations de l'objectif. On forme ces franges rectilignes sur une grille périodique, et si la grille vibre par rapport aux franges le flux transmis n'est modulé que pour la longueur d'onde telle que l'interfrange correspondant est égal au pas de la grille. On peut donc analyser directement le spectre d'une source, sans avoir recours à un calculateur, comme c'est le cas en spectro-

métrie par transformation de Fourier ; il suffit pour cela d'amener l'interfrange correspondant à chaque longueur d'onde à être égal au pas de la grille, ce qui s'obtient simplement en modifiant par exemple la géométrie de l'interféromètre par translation d'un composant.

L'interféromètre utilisé suivant ce principe peut être extrêmement simple, en particulier dans le domaine des résolutions inférieures à 500, couramment utilisées en analyse chimique ou biochimique

C'est ainsi que j'ai mis en œuvre, dans une première étape, un interféromètre de SAGNAC qui présente un certain nombre d'avantages sur le plan de la simplicité de réalisation et de réglage. Dans une deuxième étape, et dans le souci de rendre plus compact le dispositif, en particulier aux basses résolutions, j'ai utilisé un interféromètre biréfringent comportant deux prismes de Wollaston identiques. Ce dernier montage a été suggéré par NOMARSKI dans le domaine de la microscopie interférentielle. Cet interféromètre biréfringent nous a permis, d'autre part, de réaliser très simplement un spectromètre dérivateur et un spectromètre double faisceau jouissant des mêmes qualités de luminosité que le montage de base : il suffit de modifier dans ce dernier uniquement la grille périodique, comme nous le montrerons aux chapitres II et IV. De plus, le même dispositif spectrométrique peut être utilisé pour faire des corrélations de spectres ou des corrélations de dérivées de spectres, technique très commode pour reconnaître la présence d'un composant parmi d'autres. Cette possibilité repose sur les

propriétés de la transformation de Fourier et consiste à comparer les franges obtenues dans le plan focal, aux franges enregistrées sur une grille placée dans ce même plan et réalisée à partir du composé recherché. En effet, l'éclairement obtenu dans le plan foca est lié à la transformée de Fourier de la répartition spectrale d'énergie de la source, et l'on sait que pour effectuer la corrélati de deux fonctions, il suffit d'effectuer le produit de leurs transformé de Fourier ; ce produit s'obtient simplement dans le S.I.M.S. en multipliant l'éclairement des franges, proportionnel à la transformée de Fourier du spectre à analyser, par la transparence de la grille, elle-même proportionnelle à la transformée de Fourier du spectre du composé recherché. Lorsqu'on veut faire la corrélation des dérivées des spectres, il suffit, comme nous le montrerons au chapitre II d'atténuer le rôle joué par les franges voisines de la frange centrale en interposant contre la grille un cache de transparence nulle au centre. Cette technique présente une sécurité de reconnaissance meilleure dans le cas des spectres continus. Sur ce principe nous verrons dans une application que l'on est conduit à des montages extrêmement simples dans le cas de la détection de polluants atmosphériques tels que SO_2 ou NO_2, par corrélation de leur spectre d'absorption.

Le S.I.M.S., en plus de sa grande luminosité, offre donc des possibilités multiples d'applications présentant un grand intérêt dans le domaine de l'analyse chimique, biochimique, médicale, de la pollution, etc... Sa mise en œuvre repose sur des interféromètres très simples ; de plus, si l'on utilise un interféromètre

biréfringent les tolérances de fabrication sont peu sévères, sauf pour l'objectif, dont les aberrations, si elles ne sont pas corrigées, contribuent à diminuer la luminosité théorique que l'on peut atteindre pour une résolution donnée.

Dans ce travail, j'ai essayé de mettre en évidence les bases théoriques de la méthode, de développer quelques applications, en vérifiant expérimentalement les possibilités offertes, en particulier dans le visible et dans le proche ultra-violet. C'est ainsi que j'étudie :

— dans le chapitre I, la place du S.I.M.S. dans l'ensemble des spectromètres, en comparant les rapports signal sur bruit des différents types d'appareils ;

— dans le chapitre II, les fondements théoriques de la méthode et ses applications ;

— dans le chapitre III, l'influence sur la luminosité et la résolution des aberrations géométriques de l'objectif dans le plan focal duquel se forment les franges ;

— dans le chapitre IV, les motivations qui m'ont conduit à choisir dans une première étape le SAGNAC, puis les interféromètres biréfringents ;

— dans le chapitre V, les différentes possibilités de modulation du signal et sa détection ;

— enfin, dans le chapitre VI, je présente un certain nombre de résultats expérimentaux obtenus avec les différents dispositifs réalisés.

CHAPITRE I
Etude de la place du SIMS dans l'ensemble des spectromètres.

I.1. Définitions.

Le but de la spectrométrie instrumentale est l'étude de l'émission des sources lumineuses ou de l'absorption des corps en fonction de la fréquence des ondes émises ou absorbées. Cette étude exige, des instruments utilisés (spectromètres), un certain nombre de qualités dont les principales peuvent être appréciées à partir des grandeurs suivantes:

- le pouvoir de résolution $R = \frac{\nu}{\Delta\nu} = \frac{\sigma}{\Delta\sigma} = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$.

(ν : fréquence des radiations, σ : nombre d'onde, λ: longueur d'onde, $\nu = c\sigma = \frac{c}{\lambda}$.) Ce pouvoir caractérise l'aptitude de l'appareil à séparer deux radiations voisines émises par une même source.

- la luminosité $\mathcal{L}$ qui caractérise l'aptitude de l'appareil à étudier des sources d'émissions très faibles. On définit cette luminosité par le rapport du flux reçu par le récepteur correspondant au nombre d'onde σ à analyser, à la luminance de la source pour ce même nombre d'onde $L(\sigma)\,d\sigma$

$$\mathcal{L} = \frac{d\Phi}{L(\sigma)\,d\sigma} \qquad \text{ou} \qquad d\phi = \mathcal{E}.U.L(\sigma)\,d\tau$$

La luminosité sera donc égale au produit de la transparence τ du système par l'étendue géométrique $\mathcal{U}$ du faisceau admis par l'appareil.

- le temps total T de la mesure. L'appareil de mesure doit consacrer nécessairement un temps Δt à l'étude de chaque élément spectral contenu dans la source. Si cette source contient N éléments spectraux, le temps de la mesure sera :

$T = N\Delta t$ dans un spectromètre procédant à l'analyse de ces éléments les uns après les autres ;

$T = \Delta t$ dans un spectromètre "multiplex" traitant simultanément l'énergie de tous les éléments spectraux.

- Le rapport signal sur bruit $\frac{S}{B}$. En effet, le signal S est toujours accompagné de fluctuations aléatoires d'origines diverses : en particulier, le bruit de rayonnement reçu par un récepteur photoélectrique lorsque le bruit propre de ce dernier est très faible, (comme c'est le cas des photomultiplicateurs utilisables dans le visible et l'ultra-violet), ou le bruit propre du récepteur, (ce qui est le cas dans l'infrarouge). Le bruit B est caractérisé par l'écart quadratique moyen de ces fluctuations. Ce rapport signal sur bruit permet de définir les possibilités limites de

l'appareil, le plus petit signal S analysable devant être supérieur au bruit B.

Dans les différents types de spectromètres, ces paramètres R, $\mathcal{L}$, T, $\frac{S}{B}$ ne sont pas indépendants (1) et l'on ne peut le plus souvent gagner sur l'un sans perdre sur un autre.

Afin de mieux comprendre l'intérêt du spectromètre que nous avons mis au point, il est nécessaire de rappeler comment ces différents paramètres sont liés entre eux et, en particulier, de calculer le rapport signal sur bruit des différents spectromètres actuellement utilisés, que l'on peut classer en trois catégories.

I.2. Rappel sur les principaux types de spectromètres.

I.2.1. Les spectromètres à séparation spatiale des longueurs d'onde:

C'est le cas lorsque le disperseur est un prisme, un réseau ou un interféromètre de Perot-Fabry plan (2). Il suffit alors de faire défiler, devant un diaphragme placé devant le détecteur, l'ensemble des radiations.

2.2. Les spectromètres à modulation sélective dans lesquels

toutes les radiations contenues dans la source (ou une

-grande partie d'entre elles) tombent sur le récepteur mais dont une seule est modulée à une fréquence électrique f ; le S.I.S.A.M. mis au point par P. CONNES (3) et le spectromètre à grilles de Girard (4) appartiennent à cette catégorie.

I.2.3. Les spectromètres à transformation de Fourier (5): ces derniers s'apparentent à la deuxième catégorie où toutes les radiations tombent sur le récepteur mais, dans ce type de spectromètre, elles sont toutes modulées à des fréquences électriques proportionnelles à la fréquence de la radiation lumineuse. Le signal ainsi obtenu est enregistré et son analyse harmonique, c'est-à-dire sa transformation de Fourier, permet de reconstituer le spectre.

I.3. Calcul du rapport signal sur bruit.

On associe à chacun de ces spectromètres, un récepteur de flux. Selon le domaine spectral étudié, les performances de ces récepteurs sont différentes (6):

I.3.1. Définitions.

a) Récepteur à bruit propre très faible : c'est le cas des photomultiplicateurs utilisés dans le visible et l'ultra-violet. Pour ces récepteurs, le bruit du "rayonnement"

est prépondérant si le flux lumineux reçu n'est pas trop faible. Dans ces conditions, le bruit B est proportionnel à $\sqrt{\frac{\Phi}{\Delta t}}$ où Φ représente le flux total reçu et Δt le temps consacré à la mesure d'un élément spectral; quant au signal, il est proportionnel au flux Φ_σ correspondant à l'élément spectral analysé. Le rapport signal sur bruit est donc proportionnel à $\Phi_\sigma \cdot \sqrt{\frac{\Delta t}{\Phi}}$

b) Récepteur à bruit propre prépondérant: dans l'infrarouge, le bruit propre des récepteurs susceptibles d'être utilisés est prépondérant. Ce bruit est en particulier proportionnel à $\frac{1}{\sqrt{\Delta t}}$; quant au signal, il reste proportionnel au flux Φ_σ reçu par le récepteur. Dans ce domaine, le rapport signal sur bruit sera donc proportionnel à $\Phi_\sigma \times \sqrt{\Delta t}$. On peut donc maintenant évaluer le rapport signal sur bruit pour chaque catégorie de spectromètres selon le domaine spectral d'utilisation. On suppose, dans cette comparaison, que, dans chaque domaine spectral, on utilise la même source et le même récepteur et que la transparence des spectromètres est sensiblement la même. Dans ces conditions, le rapport des flux admis par les différents spectromètres est égal au rapport de leurs "étendues".

I.3.2. Cas des spectromètres à séparation spatiale de longueurs d'onde:

Le rapport signal sur bruit ρ_1 est tel que:

a) dans le visible et l'ultra-violet:

$$\rho_1 = \frac{S}{B} = \sqrt{u_1 \times \Delta t}$$

si T est le temps total de la mesure de N éléments spectraux identiques, $\Delta t = \frac{T}{N}$

d'où $$\rho_1 = \frac{S}{B} = \sqrt{\frac{u_1 T}{N}}$$

b) dans l'infrarouge:

$$\rho_1' = \frac{S}{B} = u_1 \sqrt{\Delta t} = u_1 \sqrt{\frac{T}{N}}$$

I.3.3. Cas des spectromètres à modulation sélective:

a) dans le visible et l'ultra-violet:

$$\rho_2 = \frac{S}{B} = \frac{u_2 \sqrt{\Delta t}}{\sqrt{N u_2}}$$ (cela suppose que les N éléments spectraux ont la même énergie.)

d'où $$\rho_2 = \sqrt{\frac{u_2 T}{N^2}}$$

b) dans l'infrarouge:

$$\rho_2' = u_2 \sqrt{\frac{T}{N}}$$

I.3.4. Cas des spectromètres à transformation de Fourier:

Le rapport signal sur bruit relatif à un élément spectral est :

a) dans le visible et l'ultra-violet :

$$\rho_3 = \frac{S}{B} = \frac{u_3\sqrt{\Delta t}}{\sqrt{N u_3}} = \sqrt{\frac{u_3 \Delta t}{N}}$$

Mais, dans ce cas, le temps Δt consacré à la mesure d'un élément spectral est égal au temps T total de la mesure d'où

$$\rho_3 = \sqrt{\frac{u_3 T}{N}}$$

b) dans l'infrarouge :

$$\rho_3' = u_3\sqrt{\Delta t} = u_3\sqrt{T}$$

I.3.5. Comparaison de ces trois types de spectromètres.

Dans un tableau récapitulatif, nous pouvons indiquer les gains en rapport signal sur bruit (compte tenu des hypothèses faites, c'est-à-dire : même transparence des spectromètres et mêmes récepteurs pour étudier la même source) ; nous appellerons :

- $g_{2,1}$: gain des spectromètres à modulation sélective par rapport aux spectromètres dispersifs.
- $g_{3,1}$: gain des spectromètres "multiplex" par rapport aux spectromètres dispersifs.
- $g_{3,2}$: gain des spectromètres "multiplex" par rapport aux spectromètres à modulation sélective.

	$g_{2,1}$	$g_{3,1}$	$g_{3,2}$
visible, ultra-violet	$\sqrt{\frac{u_2}{u_1}} \times \frac{1}{\sqrt{N}}$	$\sqrt{\frac{u_3}{u_1}}$	$\sqrt{\frac{u_3}{u_2}} \times \sqrt{N}$
infrarouge	$\frac{u_2}{u_1}$	$\frac{u_3}{u_1}\sqrt{N}$	$\frac{u_3}{u_2} \times \sqrt{N}$

On voit, sur ce tableau, que les gains en rapport signal sur bruit $g_{i,j}$ font intervenir les gains d'étendues $G_{i,j} = \frac{u_i}{u_j}$ des différentes catégories de spectromètres. On peut noter également que l'avantage "multiplex" (7)(8) de la méthode par transformation de Fourier se traduit par la multiplication du gain d'étendue par le facteur $\sqrt{N}$. On voit donc que cet avantage se manifeste dans le visible sur les spectromètres à modulation sélective et dans l'infrarouge sur toutes les catégories de spectromètres.

En ce qui concerne le gain d'étendue, P. Jacquinot (9) a montré qu'à résolution égale un spectromètre utilisant un interféromètre à deux ondes ou à ondes multiples à séparation de luminance présente un gain d'étendue considérable, de l'ordre d'une centaine, par rapport à un spectromètre classique à réseau. C'est le cas, en particulier, du Perot-Fabry, du S.I.S.A.M., du spectromètre à transformation de Fourier et également du spectromètre à grilles de Girard. Il faut noter cependant, dans ce dernier

-cas, que le gain d'étendue est limité non pas pour des raisons fondamentales, mais instrumentales. Il faut préciser également que le S.I.S.A.M. ou le spectromètre à transformation de Fourier peut fournir un gain supérieur dans des montages particuliers, mais cela pour des domaines de longueur d'ondes limités.

Le tableau comparatif que nous avons établi ci-dessus montre que :

1) dans le visible, la spectrométrie par transformation de Fourier perd son avantage "multiplex" par rapport au spectromètre à séparation spatiale de longueurs d'onde, et présente le même rapport signal sur bruit que le spectromètre utilisant un Perot-Fabry ; ce dernier, ayant l'avantage de fournir directement le spectre sans calcul a posteriori, semble donc le plus avantageux dans ce domaine de longueurs d'onde [2 000 Å - 10 000 Å]. Les spectromètres à modulation sélective ayant la même étendue que le Perot-Fabry ne présentent aucun intérêt fondamental à cause du bruit dû aux éléments spectraux non modulés.

2) Dans l'infrarouge : la spectrométrie par transformation de Fourier présente, à étendue géométrique égale, un gain égal à $\sqrt{N}$ par rapport

aux autres méthodes ; c'est donc la technique la plus puissante.

I.3.6. Cas des très faibles flux lumineux :

Dans l'étude comparative que nous venons de faire, nous avons considéré deux cas : quelle que soit la méthode, le bruit est dû soit au rayonnement, soit au récepteur. Or, pour les très faibles flux lumineux, on peut être dans les conditions où un spectromètre à séparation spatiale de longueurs d'onde présente un bruit dû au récepteur, tandis qu'un spectromètre à modulation sélective d'étendue plus importante présente un bruit dû au rayonnement. C'est le cas, dans le visible et l'ultra-violet, si le courant i fourni par le photomultiplicateur est inférieur au courant d'obscurité i_0 ; dans ces conditions le rapport signal sur bruit sera égal à :

$$i\sqrt{\frac{\Delta t}{i_0}}.$$

Si l'on fait la même analyse avec un spectromètre à modulation sélective présentant le gain d'étendue G par rapport au spectromètre précédent, le rapport signal sur bruit sera égal à :

$$\sqrt{\frac{G\,i\,\Delta t}{N}}$$

d'où le gain en rapport $\frac{S}{B}$

$$g = \sqrt{\frac{G}{N}} \cdot \sqrt{\frac{i_0}{i}}$$

Le gain calculé précédemment est donc multiplié par le rapport $\sqrt{\frac{i_0}{i}}$, plus grand que l'unité.

I.4. Cas du S.I.M.S.

Le spectromètre que nous avons mis au point appartient à la catégorie des spectromètres à modulation sélective. Pour que ce spectromètre ait un intérêt sur le plan fondamental, il est nécessaire que, dans le visible et l'ultra violet, il présente par rapport à un Perot-Fabry un gain d'étendue de l'ordre de N. Dans l'infrarouge, dans la mesure où les récepteurs peuvent accepter une grande étendue, il est nécessaire qu'il fournisse un gain d'étendue par rapport à la spectrométrie par transformation de Fourier, égal à $\sqrt{N}$.

Or nous verrons que ce spectromètre présente une étendue supérieure à tous les spectromètres interférentiels et que, de plus, il présente un certain nombre d'avantages pratiques. Tout d'abord, par rapport au Perot-Fabry, il offre un intervalle spectral libre (que l'on définit, dans le cas du Perot-Fabry ou des réseaux, comme l'intervalle spectral minimum pour que deux longueurs d'onde ne présentent pas un maximum d'intensité en un même point) beaucoup plus important; par rapport au spectromètre à transformation de Fourier, il présente l'avantage de

fournir directement le spectre sans avoir recours à un calcul de transformation de Fourier. Enfin, en mettant en œuvre des montages optiques extrêmement simples, il offre, comme nous l'avons dit dans l'introduction, de multiples possibilités : spectromètre dérivateur, spectrophotomètre double faisceau, spectromètre corrélateur de spectres et de dérivées de spectres.

CHAPITRE II
Etude théorique de la méthode et de ses différentes possibilités.

II.1. Principe du montage:

1.1.a) 1ère interprétation : Résonance spatiale.

Cette première interprétation est due à R. Prat (10)(11) qui, en 1964, développant le concept de résonance spatiale, a indiqué un dispositif dont le schéma est le suivant : (fig. 1)

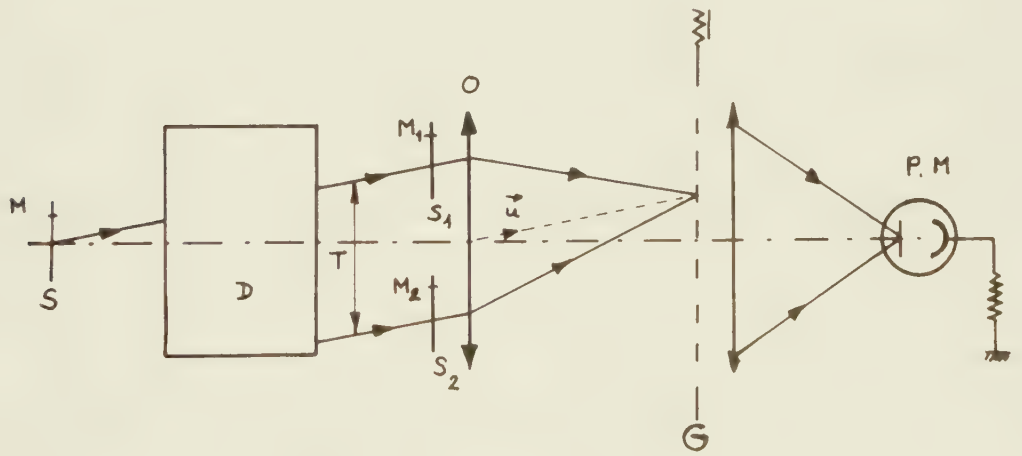


fig. 1

Une source étendue S éclaire un système dédoubleur D qui donne deux images S_1 et S_2 de S. Dans ces conditions, les images M_1 et M_2 d'un point M de la source S sont cohérentes et la différence de chemin optique

entre les vibrations transportées par deux rayons parallèles au vecteur unitaire $\vec{u}$ sortant de l'interféromètre est $\Delta = \overrightarrow{M_1M_2}.\vec{u}$. Posons $T = \| \overrightarrow{M_1M_2} \|$. Si T est constant quand M se déplace sur la source, Δ ne dépend que des composantes de $\vec{u}$ selon un repère lié à l'appareil et le système de franges est observable à l'infini. Son contraste est indépendant de l'étendue de la source. Ces franges peuvent être localisées dans le plan focal image d'un objectif O. Si, maintenant, dans le plan des franges, on introduit une grille périodique G que l'on fait vibrer, le flux traversant cette grille, ne sera modulé que pour la longueur d'onde λ telle que :

$Tp = F\lambda$ (F: focale de l'objectif et p: pas de la grille).

Pour analyser les différentes composantes du spectre, il faut pouvoir faire varier l'un des trois paramètres T, p ou F.

La variation de T s'obtient en utilisant un interféromètre à dédoublement par translation variable ;

La variation de p s'obtient en utilisant une grille à pas variable;

La variation de F s'obtient à l'aide d'un objectif à focale variable.

1.1.b/ 2e interprétation : variation du degré de cohérence partielle

. Nous avons abouti au même genre de dispositif que R. Prat en étudiant en 1969 les variations en fonction de λ du degré de cohérence spatiale dans les interféromètres. (12)(13). On sait, en effet, qu'en éclairage incohérent, si l'on dispose (fig. 1- le dispositif étant éclairé de droite à gauche) une grille périodique de pas p au foyer d'un objectif de focale F, on rend cohérent tout couple de points (M_1, M_2) de l'espace image, décalés transversalement de $T = \frac{\lambda F}{p}$. On conçoit alors que, si un dispositif permet d'obtenir pour tout couple (M_1, M_2) deux images confondues, on aura un état d'interférences constant et non localisé (teinte plate) à la sortie du système et cela uniquement pour la longueur d'onde λ telle que $\lambda = \frac{Tp}{F}$ et pour un petit domaine $\Delta\lambda$ d'autant plus petit que le nombre de traits de la grille sera plus grand. Si maintenant nous déplaçons la grille dans son plan d'une longueur v, le degré de cohérence partielle est multiplié par $\exp\left[2\pi j \frac{v}{p}\right]$; en conséquence, le flux tombant en tout point du récepteur est modulé en fonction de la position de la grille, et cette modulation n'existera que pour la longueur d'onde vérifiant la relation précédente $\lambda F = Tp$. Selon cette interprétation, le dispositif comprendrait donc les mêmes éléments ...

celui qu'a suggéré R. PRAT, mais il serait parcouru en sens inverse par la lumière.

1.2 Exploitation de la présence de la transformée de Fourier de la luminance spectrale.

Dans le montage décrit en II, 1. a), on dispose dans le plan focal de l'objectif d'une répartition d'éclairement, ou interférogramme, qui est la transformée de Fourier de la répartition spectrale de l'énergie, et l'application des propriétés de la transformation de Fourier permet d'effectuer directement certaines opérations découlant des propriétés classiques de la transformation de Fourier ; nous allons montrer en particulier comment on peut obtenir directement la dérivée d'un spectre, la corréler à un spectre de référence ou encore corréler les dérivées.

Nous verrons en effet en II, 2 que l'éclairement dans le plan focal de l'objectif supposé parfait peut se mettre sous la forme :

$$E(\Delta) = \frac{1}{2}\Omega\int L(\sigma)\,d\sigma + \frac{1}{2}\Omega\int L(\sigma)\cos 2\pi\sigma\Delta\,d\sigma$$

où Ω représente l'angle solide sous lequel on voit chaque source S_1 et S_2 et Δ la différence de marche des vibrations qui interfèrent en un point du plan focal soit $E = E_0 + e(\Delta)$ où $e(\Delta)$ apparaît comme la transformée de Fourier du spectre $L(\sigma)$ que l'on veut étudier. On dispose donc physiquement de la transformée de Fourier du spectre $L(\sigma)$ et, en utilisant les propriétés de cette transformation, on peut mettre en

évidence certaines propriétés intéressantes de $L(\sigma)$ en utilisant divers montages.

- Spectromètre :

Disposant de $e(\Delta)$ pour obtenir $L(\sigma)$, il suffit de faire l'analyse harmonique de $e(\Delta)$, ce qui s'obtient simplement en plaçant dans le plan où se trouve localisée $e(\Delta)$ une grille périodique et en recevant l'ensemble du flux transmis sur un récepteur. On est donc conduit à un montage analogue à celui qui a été décrit en II.1.1.

- Spectromètre dérivateur :

Si l'on se propose de connaître directement la dérivée de $L(\sigma)$ par rapport à σ, on peut à cet effet utiliser le théorème bien connu : si $f(x)$ est la transformée de Fourier de $g(u)$, $f'(x)$ admet pour transformée de Fourier $2i\pi u\, g(u)$. Si $e(\Delta)$ représente la transformée de Fourier de $L(\sigma)$, $L'(\sigma)$ aura comme transformée de Fourier $\Delta . e(\Delta)$; ainsi, pour obtenir $L'(\sigma)$, il suffit de mettre dans le plan des franges un coin dont la transparence est proportionnelle à Δ ; une grille périodique G permet alors de faire l'analyse harmonique de $\Delta . e(\Delta)$ et d'obtenir ainsi un signal proportionnel à $L'(\sigma)$.

- Spectromètre corrélateur :

Lorsque l'on cherche à mettre en évidence la présence

d'un spectre $L_0(\sigma)$ dans une répartition spectrale $L(\sigma)$, il peut être avantageux de procéder à la corrélation des spectres $L(\sigma) \otimes L_0(\sigma)$. Cette opération de corrélation se traduit par une simple opération de multiplication des transformées $e_0(\Delta) \times e(\Delta)$ qui s'effectue en remplaçant la grille périodique utilisée jusqu'à présent par une grille représentant $e_0(\Delta)$, obtenue par exemple en photographiant les franges fournies lorsque l'interféromètre est éclairé par $L_0(\sigma)$.

- Spectromètre corrélateur de dérivées.

Le dispositif offre également la possibilité d'effectuer des corrélations de dérivées de spectres ; en effet, si l'on veut effectuer $L'(\sigma) \otimes L'_0(\sigma)$, il suffit d'effectuer le produit des transformées de Fourier de L' et L'_0 qui sont respectivement $\Delta \times e(\Delta)$ et $\Delta \times e_0(\Delta)$ donc d'effectuer le produit $\Delta^2 . e(\Delta) . e_0(\Delta)$. Pour cela, on place sur la grille qui a enregistré $e_0(\Delta)$ un cache dont la transparence est proportionnelle à Δ^2.

Ces différentes possibilités reposent donc sur le même montage de base qui comprend un interféromètre dédoubleur par translation transversale, fournissant dans le plan focal d'un objectif des franges d'interférence rectilignes que l'on analyse à l'aide d'une grille. Nous allons étudier

au paragraphe suivant de façon précise les fonctions d'appareils théoriques, c'est-à-dire la réponse à une luminance élémentaire $L(\sigma)\,d\sigma$ de chaque montage.

II.2. Calcul des fonctions d'appareil théorique.

2.1. Cas du spectromètre:

2.1.1. Fonction d'appareil:

L'étude des fonctions d'appareil propres au S.I.M.S. peut se faire en appliquant les propriétés générales de la transformation de Fourier. Il nous a paru opportun de procéder à une analyse détaillée de la physique des phénomènes qui mettra d'ailleurs en évidence la nécessité de choisir certaines variables.

Nous supposerons que l'objectif dans le plan focal duquel se forment les franges d'interférence est exempt d'aberration. L'éclairement élémentaire dans ce plan peut se mettre sous la forme:

— dans le cas d'un <u>interféromètre "isotrope"</u> utilisant une lame semi-réfléchissante (comme c'est le cas dans le Sagnac) dont les coefficients de réflexion et de transmission sont tous deux égaux à 0,5

$$dE = \frac{1}{2} L(\sigma)\,d\sigma\,d\Omega\,(1+\cos 2\pi\sigma\Delta)$$

$L(\sigma)\,d\sigma$ représente la luminance de la source,

$d\Omega$ représente l'angle solide élémentaire, supposé constant, sous lequel on voit, du plan des franges, chacune des sources S_1 et S_2.

— dans le cas d'un <u>interféromètre biréfringent</u> placé entre polariseur et analyseur, l'analyseur étant orienté à $\frac{\pi}{4}$ des directions orthogonales transmises par l'interféromètre,

et α étant l'angle de la direction du polariseur avec une des directions transmises

$$dE = \frac{1}{4} L(\sigma)\, d\sigma\, d\Omega \left(1 + \sin 2\alpha \cos 2\pi\sigma\Delta\right)$$

Si, dans ces deux cas, on munit le plan de la grille, confondu avec le plan des franges, d'un repère dont l'origine O est sur l'axe optique du système, l'axe ox étant orthogonal à la direction des franges, on a : $\Delta = \frac{Tx}{F}$ T étant le dédoublement des sources et F la focale de l'objectif.

Si, de plus, A est la partie transparente de la grille, la transparence τ_0 en chaque point de cette grille s'exprime comme suit :

$$\tau_0(x,y) = \frac{1}{2}\varphi_0(x,y)\left(1 + \cos 2\pi \frac{x - x_0}{p}\right)$$

$\varphi_0(x,y)$ étant la fonction caractéristique du contour de A.

D'où le flux transmis dans le cas d'un interféromètre "isotrope"

$$d\Phi = \frac{1}{2} L(\sigma) d\sigma\, d\Omega \int \tau_0(x,y)(1 + \cos 2\pi\sigma\Delta)\, dx\, dy$$

$$= \frac{1}{4} L(\sigma) d\sigma\, d\Omega \int \varphi_0(x,y)\left(1 + \cos 2\pi \frac{x - x_0}{p}\right)\left(1 + \cos 2\pi\sigma \frac{Tx}{F}\right) dx\, dy$$

Lorsque le contour de A a pour équation $|y| = f_0(x)$, où f_0 est une fonction paire,

$\varphi_0(x,y) = 1 \iff |x| < \frac{L}{2}$ et $|y| < \frac{H}{2} f_0(x)$

$\varphi_0(x,y) = 0 \iff |x| \geq \frac{L}{2}$ ou $|y| \geq \frac{H}{2} f_0(x)$ (fig. 2)

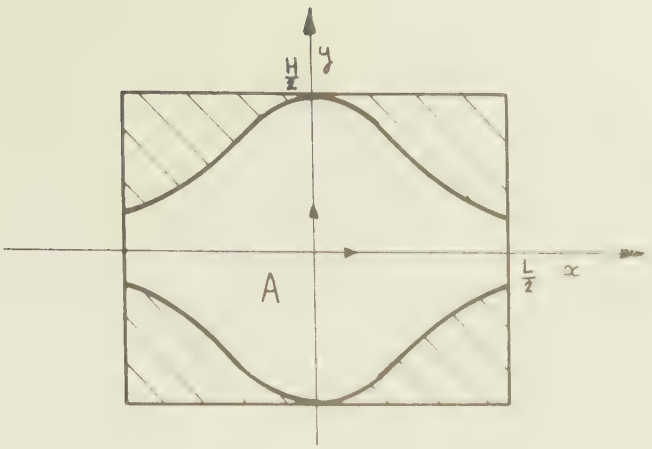


fig. 2

Le flux élémentaire $d^2\Phi$ émergent de la surface de la grille d'aire $H.f_0(x)\,dx$ est

$$d^2\Phi = \frac{1}{4} H L(\sigma)\, d\sigma\, d\Omega \left(1+\cos 2\pi\sigma \frac{T}{F}x\right)\left(1+\cos 2\pi \frac{x-x_0}{p}\right) f_0(x)\,dx$$

et le flux total transmis par la grille est :

$$d\Phi = \frac{1}{4} H L(\sigma)\, d\sigma\, d\Omega \left[2\int_0^{\frac{L}{2}} f_0(x)\,dx + \cos\frac{2\pi x_0}{p}\int_0^{\frac{L}{2}} \cos 2\pi\left(\sigma\frac{T}{F}-\frac{1}{p}\right)x\; f_0(x)\,dx\right]$$

Posons : $\sigma' = \left(\sigma\frac{T}{F}-\frac{1}{p}\right)\frac{L}{2}$; $x' = \frac{x}{\frac{L}{2}}$; $f_0\left(\frac{L}{2}x'\right) = F_0(x')$

$$d\Phi = \frac{1}{4} H L L(\sigma)\, d\sigma\, d\Omega \left[2\int_0^1 F_0(x')\,dx' + \cos\frac{2\pi x_0}{p}\int_0^1 \cos 2\pi\sigma' x' F_0(x')\,dx'\right]$$

Si la grille se déplace à vitesse constante par rapport aux franges, $\frac{x_0}{p} = Nt$, N étant une constante.

En posant $\overline{F_0} = \int_0^1 F_0(x')\,dx'$, et $S = H.L$ (surface de la grille), on obtient :

$$d\Phi = \frac{1}{4} L(\sigma)\, d\sigma\, S\overline{F_0}\, d\Omega \left[1+\frac{\cos 2\pi Nt}{2\overline{F_0}}\int_0^1 F_0(x)\cos 2\pi\sigma' x'\,dx'\right],$$

une partie de ce flux est modulé à la fréquence N et

présente une amplitude

$$d\varphi = \frac{1}{8} L(\sigma)\, d\sigma\, S \overline{F_0}\, d\Omega\, H_0(\sigma')$$

avec $$H_0(\sigma') = \frac{1}{\overline{F_0}} \int_0^1 F_0(x') \cos 2\pi \sigma' x'\, dx'$$

$H_0(\sigma')$ sera appelée par la suite la fonction d'appareil du spectromètre.

Dans le cas où l'interféromètre est biréfringent, l'expression du flux se déduit directement de l'expression que l'on vient de calculer en se reportant à l'éclairement obtenu avec de tels interféromètres et on trouve en faisant $x_0 = 0$

$$d\Phi = \frac{1}{8} L(\sigma)\, d\sigma\, S \overline{F_0}\, d\Omega \left[1 + \frac{1}{2} \sin 2\alpha \int_0^1 F_0(x') \cos 2\pi \sigma' x'\, dx'\right]$$

Si l'on fait tourner le polariseur à la vitesse $\omega = 2\pi f$, on obtient également une partie de flux modulé à la fréquence $2f$ et dont la valeur est

$$d\varphi = \frac{1}{16} L(\sigma)\, d\sigma\, S \overline{F_0}\, d\Omega\, H_0(\sigma')$$

$H_0(\sigma')$ ayant la même expression que dans le cas où l'interféromètre est isotrope. On voit que, dans ce dernier cas, l'amplitude du flux modulé est divisée par deux; cependant les interféromètres biréfringents peuvent conduire à des montages très simples permettant des applications très variées et justifier ainsi leur utilisation dans cette méthode spectrométrique.

2.1.2 : Exemples :

On utilisera en général dans le S.I.M.S. deux formes de [illegible]

a) $\begin{cases} F_0(x') = 1 & 0 < x' < 1 \\ F_0(x') = 0 & x' \geq 1 \end{cases}$

on a donc $\overline{F_0} = 1$

Dans ces conditions, on trouve le résultat classique représenté fig 5 (a)

$$H_0(\sigma') = \frac{\sin 2\pi\sigma'}{2\pi\sigma'}$$

$H_0(\sigma') = 1$ si $\sigma' = 0$ soit $\sigma = \frac{F}{T_p}$

avec une largeur à mi hauteur

$$\Delta\sigma' = \frac{1}{2} \quad \text{soit} \quad \Delta\sigma' = \frac{\Delta\sigma . T . L}{2F} = \frac{1}{2}$$

et, par définition du pouvoir de résolution :

$$R_0 = \frac{\sigma}{\Delta\sigma} = \frac{L}{P} = \text{nombre de traits de la grille.}$$

Du fait de l'importance des maximums secondaires, cette fonction d'appareil ne pourra être utilisée que si les raies à analyser ont une largeur spectrale grande devant la largeur de la fonction d'appareil.

b) $\begin{cases} F_0(x') = 1 - x' & 0 < x' < 1 \\ F_0(x') = 0 & x' > 1 \end{cases}$

dans ces conditions :

$$H_0(\sigma') = \left(\frac{\sin \pi\sigma'}{\pi\sigma'}\right)^2$$

La fonction d'appareil (fig 3 (b)), dans ces conditions, est bien apodisée (16) mais elle est pratiquement deux fois plus large que la précédente. On perd alors un facteur 2 en résolution et en luminosité puisque $F_0(x') = \frac{1}{2}$. Il est cependant nécessaire d'utiliser cette fonction $F_0(x')$ lorsque l'on étudie un spectre de raies fines et assez denses.

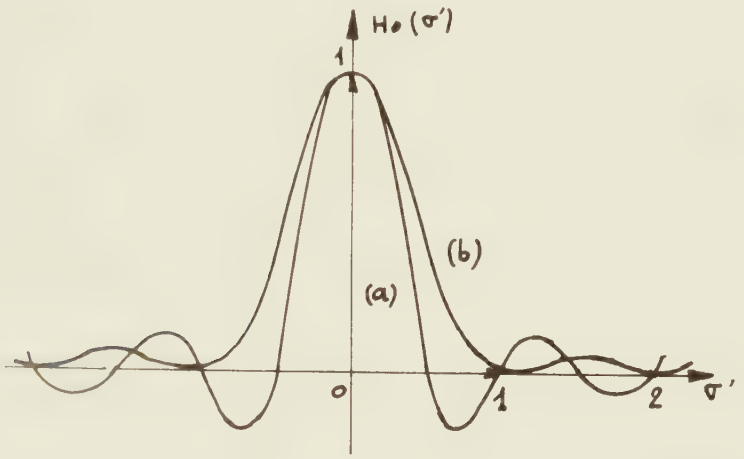


fig. 3

2.1.3. Réponse à $L(\sigma)$:

Cette réponse sera proportionnelle à la fonction

$$R_0 = \int L(\sigma)\, H_0(\sigma')\, d\sigma.$$

soit

$$R_0 = \int L(\sigma)\, H_0\left[\left(\frac{\sigma T}{F} - \frac{1}{p}\right)\frac{L}{2}\right] d\sigma$$

Cette réponse est une fonction de T, F ou p suivant le paramètre que l'on a choisi de faire varier. On remarque que cette intégrale n'est strictement un produit de convolution

que si l'on fait varier p. Cela se conçoit bien car la fonction d'appareil représente la réponse percussionnelle du spectromètre et la réponse ne peut être égale au produit de convolution du signal $L(\sigma)$ par la réponse percussionnelle que si cette dernière reste invariante dans le domaine spectral analysé ; or c'est le cas uniquement si c'est le pas p de la grille qui varie. Mais, comme nous le verrons ci-dessous, nous serons amenés à faire varier le dédoublement T ; dans ces conditions, la fonction d'appareil ne conserve un sens, en tant que réponse percussionnelle, que dans un domaine limité de longueurs d'onde.

On remarque également que H_0 a une valeur maximum égale à 1 pour $\sigma \frac{T}{F} = \frac{1}{p}$. Si l'on fait varier T, de façon linéaire en fonction du temps, la réponse obtenue est une fonction de T qui est proportionnelle à λ. Cette réponse R_0 représente donc, en fonction de λ, une grandeur homogène à $l(\lambda)$ telle que :
$l(\lambda)\, d\lambda = L(\sigma)\, d\tau$.

II.2.2 : Cas du spectromètre dérivateur d'ordre impair

2.2.1 : Fonction d'appareil.

On cherche à obtenir non pas une réponse proportionnelle à $L(\sigma)$ ou à $l(\lambda)$ mais à leur dérivée. Pour cela,

il suffit d'utiliser les propriétés de la transformation de Fourier. En effet, le dispositif décrit ci-dessus fournit un éclairement dont la partie variable $e(\Delta)$ représente la transformée de Fourier de $L(\sigma).L'(\sigma)$ ayant pour transformée de Fourier $\Delta.e(\Delta)$, il faut pouvoir, pour réaliser la transformation recherchée, multiplier la transparence variable de la grille par Δ. Dans ce but, on procède de la façon suivante : on réalise une grille périodique (fig (4)) dont la transparence est,

$$\tau_1(x,y) = \frac{1}{2}\varphi_1(x,y)\left[1+\cos 2\pi\,\frac{x-x_0}{p}\right] \quad \text{si } x \text{ est positif},$$

$$\tau_1(x,y) = \frac{1}{2}\varphi_1(x,y)\left[1-\cos 2\pi\,\frac{x-x_0}{p}\right] \quad \text{si } x \text{ est négatif}.$$

avec $\varphi_1(x,y) = 1 \iff |x| \leq \frac{L}{2}$ et $|y| \leq \frac{H}{2} f_1(x)$

$\varphi_1(x,y) = 0 \iff |x| > \frac{L}{2}$ ou $|y| > \frac{H}{2} f_1(x)$.

ce qui signifie que la partie de la grille correspondant à $\Delta > 0$ est complémentaire de celle correspondant à $\Delta < 0$. Cela est nécessaire si l'on veut pouvoir multiplier la partie $e(\Delta)$ de l'interférogramme par Δ et non pas par $|\Delta|$.

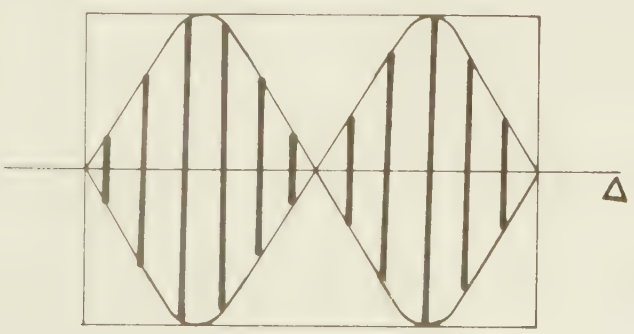


fig 4

Dans ces conditions, le flux transmis devient :

$$d\Phi = \frac{1}{H} L(\sigma)\, d\sigma\, d\Omega\, H \left\{ \int_0^{\frac{L}{2}} f_1(x)\left(1+\cos 2\pi \frac{\sigma T x}{F}\right)\left(1+\cos 2\pi \frac{x-x_0}{p}\right) dx + \right.$$

$$\left. \int_{-\frac{L}{2}}^{0} f_1(x)\left(1+\cos 2\pi \frac{\sigma T x}{F}\right)\left(1-\cos 2\pi \frac{x-x_0}{p}\right) dx \right\}$$

que l'on peut mettre sous la forme, compte tenu de la parité de $f_1(x)$:

$$d\Phi = \frac{1}{H} L(\sigma)\, d\sigma\, d\Omega\, H \left\{ 2 \int_0^{\frac{L}{2}} f_1(x)\, dx - \sin 2\pi \frac{x_0}{p} \int_0^{\frac{L}{2}} f_1(x) \sin 2\pi \frac{\sigma T}{F} - \frac{1}{p} \right.$$

soit, en posant $x = \frac{L}{2} x'$, $\left| \frac{\sigma T}{F} - \frac{1}{p} \right| \frac{L}{2} = \sigma'$, $f_1\left(\frac{L}{2} x'\right) = F_1(x')$,

$\overline{F_1} = \int_0^1 F_1(x')\, dx'$ et $HL = S$:

$$d\Phi = \frac{1}{H} L(\sigma)\, d\sigma\, S\, \overline{F_1}\, d\Omega \left[1 - \frac{\sin 2\pi \frac{x_0}{p}}{2\,\overline{F_1}} \int_0^1 F_1(x') \sin 2\pi \sigma' x'\, dx' \right]$$

On voit que, si $\frac{x_0}{p} = Nt$ la partie modulée du flux a comme amplitude.

$$d\Phi = \frac{1}{8} L(\sigma)\, d\sigma\, S\, \overline{F_1}\, d\Omega\, H_1(\sigma')$$

avec une nouvelle fonction d'appareil :

$$H_1(\sigma') = \frac{1}{\overline{F_1}} \int_0^1 F_1(x') \sin 2\pi \sigma' x'\, dx'.$$

Or la dérivée de la fonction d'appareil $H_0(\sigma')$ est :

$$H_0'(\sigma') = -\frac{1}{\overline{F_0}} \int_0^1 2\pi x' F_0(x') \sin 2\pi \sigma' x'\, dx' .$$

Si l'on veut que : $H_1(\sigma') = -k H_0'(\sigma')$, il suffit que :

$$\frac{F_1(x')}{\overline{F_1}} = 2\pi k x' \frac{F_0(x')}{\overline{F_0}} .$$

2.2.2. Exemples :

Reprenons pour $F_0(x')$ les exemples précédents :

a) $\begin{cases} F_0(x') = 1 \iff 0 \leqslant x' \leqslant 1 & \overline{F_0} = 1 \\ F_0(x') = 0 \iff 1 < x' \end{cases}$

dans ces conditions : $\dfrac{F_1(x')}{\overline{F_1}} = 2\pi k x' \Longrightarrow k = \dfrac{1}{\pi}$

d'où $F_1(x') = 2x'\overline{F_1}$

Nécessairement, $F_1(x') \leqslant 1$ ce qui nous conduit à prendre $\overline{F_1} = \dfrac{1}{2}$ afin d'utiliser au mieux la grille.

$$F_0(x') = 1 \Longrightarrow F_1(x') = x' \text{ et } F_1 k = \frac{1}{2\pi}$$

b) $F_0(x') = 1 - x' \qquad \overline{F_0} = \dfrac{1}{2}$

d'où $\dfrac{F_1(x')}{\overline{F_1}} = 4\pi k (1-x')x' \Longrightarrow k = \dfrac{3}{2\pi}$

$$\frac{F_1(x')}{\overline{F_1}} = 6(1-x')x' \Longrightarrow F_1'(x') = 6\overline{F_1}(1-2x')$$

Si l'on prend pour $x' = \dfrac{1}{2}$ $F_1(x') = 1 \Longrightarrow \overline{F_1} = \dfrac{2}{3}$

$$F_0(x') = 1 - x' \Longrightarrow F_1(x') = 4x'(1-x') \text{ et } F_1 k = \frac{1}{\pi}$$

Le masque b permet donc d'avoir un signal dérivé deux fois plus grand qu'avec le masque a, mais cela est obtenu au détriment d'une résolution deux fois plus petite. La recherche d'une optimisation s'avère difficile, aussi nous en sommes nous tenus à ces deux exemples.

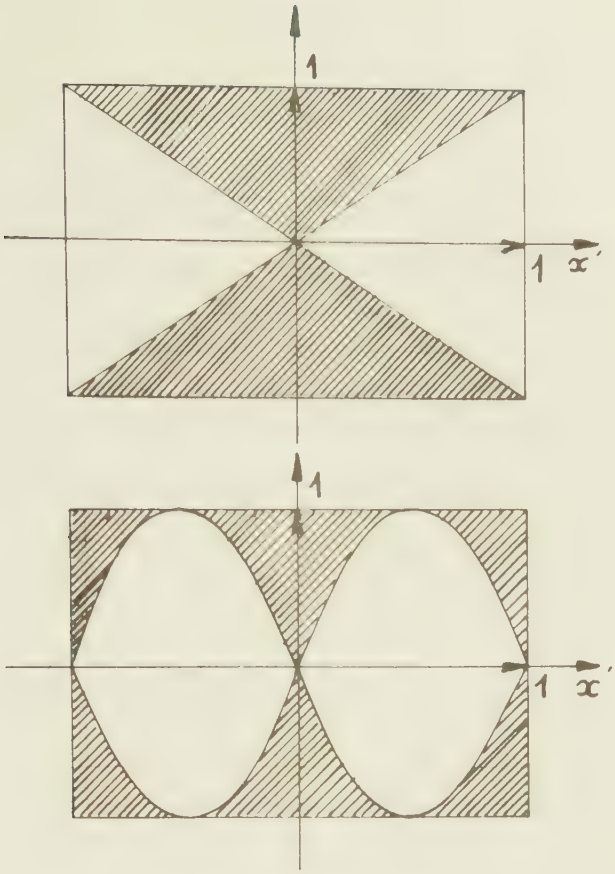


fig. 5 (a)

fig. 5 (b)

2.2.3: *Réponse à une luminance $L(\sigma)$:*

Le flux modulé a donc une amplitude égale à :

$$d\Phi = \frac{1}{8}\,\overline{F}_1\, S\, d\Omega \cdot k \int L(\sigma)\, H_0'\left[\left(\frac{\sigma T}{F} - \frac{1}{p}\right)\frac{L}{2}\right] d\sigma$$

Une intégration par parties, en supposant $L(\sigma)$ nulle aux bornes de l'intégrale, nous fournit :

$$d\Phi = \frac{1}{8}\,\overline{F}_1 S\, d\Omega\, k \int L'(\sigma) \cdot \frac{2F}{TL}\, H_0\left\{\left(\frac{\sigma T}{F} - \frac{1}{p}\right)\frac{L}{2}\right\} d\sigma .$$

Or, d'après la définition du pouvoir de résolution :

$$R = \frac{\sigma}{\delta\sigma} = \frac{\sigma L T}{F} \Rightarrow \frac{F}{TL} = \delta\sigma \quad \text{intervalle spectral résolu}$$

, d'où :

$$d\Phi = \frac{1}{4}\,\overline{F}_1 S\, d\Omega\, k \int L'(\sigma)\,\delta\sigma\; H_0\left\{\left(\frac{\sigma T}{F} - \frac{1}{p}\right)\frac{L}{2}\right\} d\sigma \quad .$$

Donc tout se passe comme si, avec la fonction d'appareil H_0 qui est celle du spectromètre, on analysait non pas la fonction $L(\sigma)$ mais $2L'(\sigma)\delta\sigma$. Or nous avons vu dans l'étude précédente que si l'on faisait varier linéairement le dédoublement T, la réponse était une fonction de T et que le maximum de H_0 était obtenu pour $\frac{\sigma T}{F} = \frac{1}{p}$. On peut donc considérer, dans le cas présent que cette réponse est homogène à $L'(\sigma)(\delta\sigma)^2$ ou, si l'on fait intervenir la densité spectrale en fonction de la longueur d'onde $l(\lambda)$ définie par $l(\lambda)\,d\lambda = L(\sigma)\,d\sigma$: $L(\sigma) = \lambda^2 l(\lambda)$ et $\delta\sigma = \frac{\delta\lambda}{\lambda^2}$ d'où $L'(\sigma)(\delta\sigma)^2 = [\lambda^2 l(\lambda)]' \frac{(\delta\lambda)^2}{\lambda^2}$. Dans la mesure où λ^2 varie lentement devant $l(\lambda)$, on a : $L'(\sigma)(\delta\sigma)^2 = l'(\lambda)(\delta\lambda)^2$ et l'on voit donc que l'on obtient, dans ces conditions, en faisant varier le dédoublement T, une réponse proportionnelle à $l'(\lambda)(\delta\lambda)^2$ en fonction de la longueur d'onde.

II.2.3. Cas du spectromètre dérivateur d'ordre pair:

Un calcul analogue au cas II.2.1. nous conduit à la fonction d'appareil pour la dérivée seconde :

$$H_2(\sigma') = \frac{1}{\overline{F_2}} \int_0^1 F_2(x') \cos 2\pi\sigma' x'\,dx'$$

si l'on veut que $H_2(\sigma') = -k\,H_0''(\sigma) = -k\,\frac{4\pi^2}{\overline{F_0}} \int_0^1 x'^2 F_0(x') \cos 2\pi\sigma' x'\,dx'$.

on voit qu'il est nécessaire que :

$$\frac{F_2(x')}{\overline{F_2}} = k\, 4\pi^2 \frac{x'^2 F_0(x')}{\overline{F_0}} \quad ;$$

le masque a nous conduit à $F_2(x') = x'^2$ avec $\overline{F_2}.k = \frac{1}{4\pi^2}$; le masque b nous conduit à $F_2(x') = \frac{27}{4} x'^2 (1-x')$ avec $\overline{F_2}.k = \frac{27}{32.\pi^2}$; le signal obtenu avec le masque b étant environ 3,5 fois plus intense qu'avec le masque a.

On pourrait montrer comme nous l'avons fait pour le spectromètre dérivateur d'ordre 1 que lorsque l'on fait varier linéairement le dédoublement T on obtient, en fonction de la longueur d'onde, un signal homogène à la dérivée seconde de $l(\lambda)$, soit $l''(\lambda)(\delta\lambda)^3$, en fonction de la longueur d'onde.

II.3 : Application à la corrélation des spectres.

Nous avons supposé jusqu'à présent que la grille était périodique. Si l'on remplace cette grille périodique par une grille ayant enregistré l'interférogramme d'une source caractérisée par une luminance $L_0(\sigma)$, on peut obtenir ainsi une transparence de la forme :

$$\tau_0(x,y) = \frac{1}{2}\varphi_0(x,y)\left[1 + \frac{\alpha}{\overline{L_0}}\int L_0(\sigma_0)\cos 2\pi\sigma_0 \frac{T(x-x_0)}{F}\, d\sigma_0\right]$$

où $\overline{L_0} = \int L(\sigma)\, d\sigma$

Cette grille se réalise simplement en enregistrant dans notre dispositif les franges fournies par la source de luminance $L_0(\sigma)$ comme cela se fait en spectrographie

holographique. (17) (18).

II.3.1.: Corrélation des spectres:

Supposons que l'on fasse subir à cette grille, ainsi réalisée, l'enregistrement fourni par le même interféromètre, réglé au même déplacement que lors de la réalisation de la grille et éclairé par une source de luminance $L(\sigma)$. Cet éclairement sera égal, dans le cas d'un interféromètre isotrope, à

$$dE = \frac{1}{2} d\Omega \left\{ \int L(\sigma) d\sigma + \int L(\sigma) \cos 2\pi\sigma \frac{Tx}{F} d\sigma \right\}.$$

Le flux émergent de la grille, quant à lui, sera égal à:

$$d\Phi = \frac{1}{4} \int dE \times \tau_0 \, dx \, dy.$$

soit

$$d\Phi = \frac{1}{4} d\Omega \left\{ \int L(\sigma) \varphi_0(x,y) \, d\sigma \, dx \, dy + \frac{1}{2\bar{L}_0} \int L_0(\sigma_0) L(\sigma) \varphi_0(x,y) \cos 2\pi \left[\frac{T}{F} (\sigma_0 - \sigma) x - \frac{\sigma_0 T}{F} x_0 \right] d\sigma_0 \, d\sigma \, dx \, dy \right\}$$

En posant également $\int L(\sigma) d\sigma = \bar{L}$ et, dans la mesure où $\varphi_0(x,y)$ est définie comme en II.1., le flux peut se mettre sous la forme

$$d\Phi = \frac{1}{4} \bar{L} \, \bar{F}_0 \, d\Omega \left[1 + \frac{1}{2} \frac{\int L_0(\sigma_0) L(\sigma) \cos 2\pi \frac{\sigma_0 T x_0}{F} H_0\left[(\sigma_0 - \sigma) \frac{TL}{2F} \right] d\sigma_0 \, d\sigma}{\bar{L}_0 \bar{L}} \right]$$

et, en posant $R_0(\sigma_0) = \int L(\sigma) H_0\left[(\sigma_0 - \sigma) \frac{TL}{2F} \right] d\sigma$

$$d\Phi = \frac{1}{4} \bar{L} \, \bar{F}_0 \, d\Omega \left[1 + \frac{1}{2} \frac{\int L_0(\sigma_0) R_0(\sigma_0) \cos 2\pi \frac{\sigma_0 T x_0}{F} d\sigma_0}{\bar{L}_0 \bar{L}} \right]$$

On obtiendrait, dans le cas où l'interféromètre est biréfringent, en prenant $x_0 = 0$:

$$d\Phi = \frac{1}{8}\bar{L}S\bar{F}_o\, d\Omega\left[1+\frac{1}{2}\sin 2\omega t\,\frac{\int L_o(\sigma_o)R_o(\sigma_o)\,d\sigma_o}{\bar{L}\bar{L}_o}\right]$$

soit, pour la partie modulée du flux :

$$d\varphi = \frac{1}{16}S\bar{F}_o\, d\Omega\,\frac{\int L_o(\sigma_o)R_o(\sigma_o)\,d\sigma_o}{\bar{L}_o}$$

c'est-à-dire un flux proportionnel au centre de la fonction de corrélation de $L_o(\sigma_o)$ et $R_o(\sigma_o)$ réponse du spectromètre à $L(\sigma_o)$.

Dans le cas où l'interféromètre est isotrope, on peut également obtenir une modulation du flux en faisant varier x_o en fonction du temps. Si, comme dans le cas du spectromètre, on déplace la grille à vitesse constante c'est-à-dire si $x_o = vt$, la partie modulée du flux sera égale à :

$$d\varphi = \frac{1}{8}\bar{L}S\bar{F}_o\, d\Omega\,\frac{\int L_o(\sigma_o)R_o(\sigma_o)\cos 2\pi\frac{\sigma_o T}{F}vt\,d\sigma_o}{\bar{L}_o}$$

on obtient donc, en fonction du temps, la transformée de Fourier en cosinus du produit $L_o(\sigma_o).R_o(\sigma_o)$, c'est-à-dire la corrélation des interférogrammes.

Mais on peut envisager un autre type de modulation, en particulier une vibration sinusoïdale de la grille, de la forme $x_o = \varepsilon \sin\omega t$. On peut alors écrire.

$$\cos 2\pi\frac{\sigma_o T}{F}\varepsilon\sin\omega t = J_o\left(2\pi\frac{\sigma_o T}{F}\omega\right) + 2J_2\left(2\pi\frac{\sigma_o T}{F}\varepsilon\right)\cos 2\omega t + \dots$$

La partie modulée du flux fait intervenir la fonction de Bessel d'ordre 2, $2J_2\left(2\pi\frac{\sigma T}{F}\varepsilon\right)$, dont la représentation

en fonction de σ est indiquée sur la figure 6

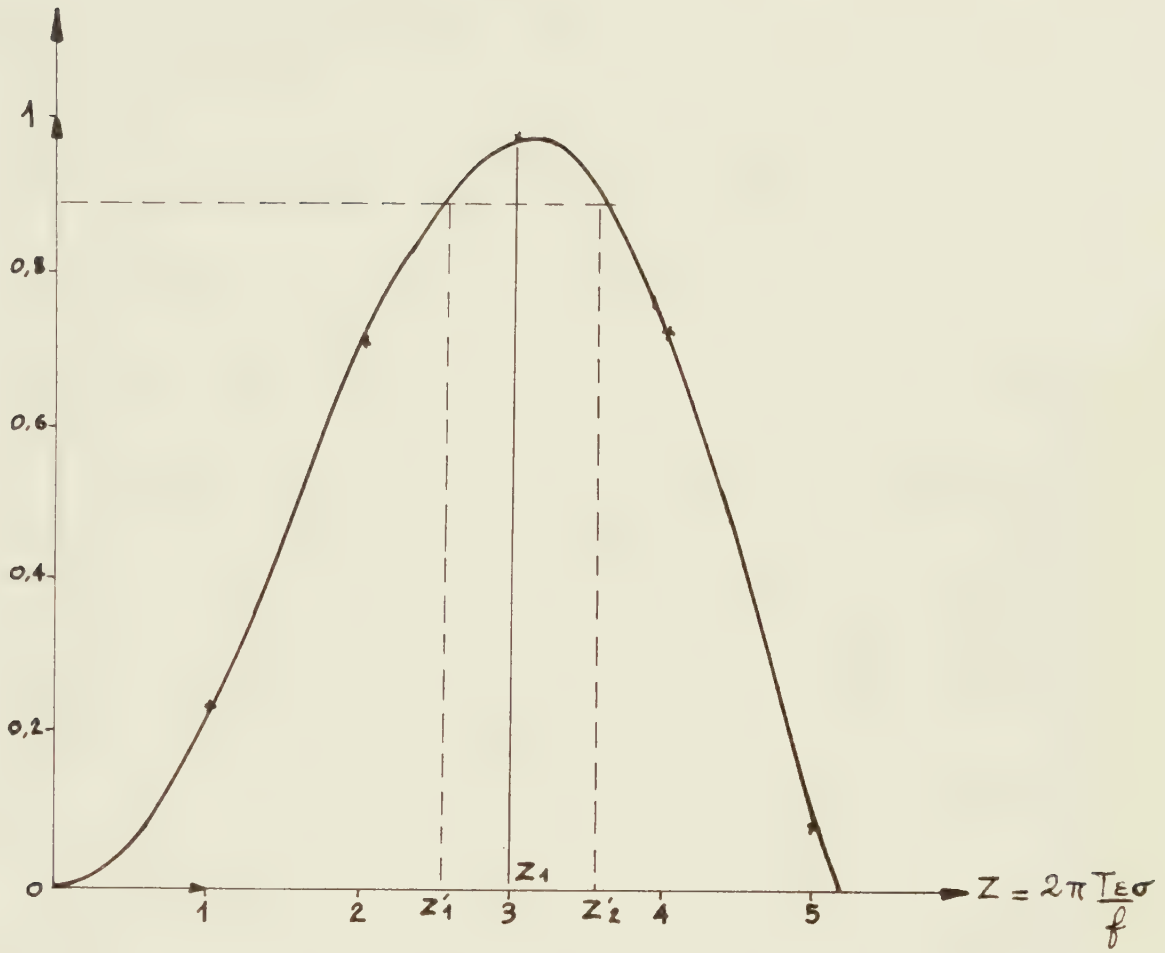


fig. 6

$2 J_1(Z) \simeq 1$ pour Z voisin de 3, soit $2\pi \frac{T}{F} \varepsilon \sigma_1 = 3$, et $2 J_1(Z)$ a une valeur comprise entre 0,9 et 1 si σ est compris dans l'intervalle $\sigma'_2 - \sigma'_1 \simeq \frac{\pi}{3}$.

On voit donc que, dans la mesure où l'intervalle de définition de $L_0(\sigma)$ et de $L(\sigma)$ n'est pas trop étendu, et en se plaçant de telle sorte que, pour le nombre d'onde

moyen σ_1 de cet intervalle, on ait $2\pi \frac{T\varepsilon}{F} \sigma_1 = 3$, c'est-à-dire de façon que l'amplitude totale du mouvement de la grille soit égale à l'interfrange moyen, on peut considérer que $2 J_2 \left(2\pi \frac{\sigma_0 T}{F} \varepsilon\right)$ est constant avec une valeur voisine de 1.

Dans ces conditions, la partie modulée du flux l'est à la fréquence $2f = \frac{2\omega}{2\pi}$ et son amplitude a pour valeur:

$$d\varphi = \frac{1}{8} \overline{L} S \overline{F_0} \, d\Omega \, \frac{\int L_0(\sigma_0) R_0(\sigma_0) d\sigma_0}{\overline{L_0}}$$

On obtient donc, dans ces conditions, un flux modulé avec une amplitude proportionnelle au centre de la fonction de corrélation de $L_0(\sigma_0)$ et $R_0(\sigma_0)$. Mais il faut bien noter que ce résultat n'est exact que si l'étendue du spectre est limitée alors que ce résultat est toujours vrai dans le cas où l'on utilise un interféromètre biréfringent avec un polariseur tournant pour obtenir la modulation.

Remarque: BARRINGER (19), (20), a proposé plusieurs montages reposant sur l'utilisation d'un interférogramme pour effectuer la corrélation de spectres. Cependant les interféromètres suggérés dans ses montages (coin d'air en transmission, par exemple) ne permettent pas d'atteindre la luminosité apportée par les interféromètres à dédoublement par translation (21).

II.3.2. Corrélation de dérivées de spectres.

Nous venons de montrer qu'en utilisant notre montage et en comparant les franges données par une source de luminance $L(\sigma)$ aux franges enregistrées sur une grille et relatives à une source de luminance $L_0(\sigma)$, on obtenait un signal proportionnel à la valeur centrale de la fonction de corrélation de $L_0(\sigma)$ et de $R_0(\sigma)$, soit :

$$C(0) = \int L(\sigma_0)\, R_0(\sigma_0)\, d\sigma_0$$

avec $$R_0(\sigma_0) = \int L(\sigma)\, H_0\left[(\sigma_0 - \sigma)\frac{TL}{2F}\right] d\sigma .$$

Supposons que, devant la grille, on place le cache parabolique qui nous donne, comme fonction d'appareil, la fonction :
$H_2(\sigma') = -k\, H_0''(\sigma')$, on obtient alors :

$$R_2(\sigma_0) = -k \int L(\sigma)\, H_0''\left[(\sigma_0 - \sigma)\frac{TL}{2F}\right] d\sigma = -k\left(\frac{2f}{TL}\right)^2 R_0''(\sigma_0).$$

On obtiendra donc un signal modulé à la fréquence $2f$ [les résultats établis au II.3.1., en ce qui concerne la modulation, conservant la même valeur dans le cas présent] et d'amplitude, lorsque l'interféromètre est isotrope :

$$d\varphi = \frac{1}{8}\,\bar{L}\,S\,\bar{F}_2\,d\Omega\,\frac{\int L_0(\sigma_0)\, R_2(\sigma_0)\, d\sigma_0}{\bar{L}_0}$$

un signal d'amplitude deux fois plus faible dans le cas où l'interféromètre est biréfringent. Soit, en remplaçant $R_2(\sigma_0)$ par sa valeur en fonction de $R''(\sigma_0)$, $\frac{F}{TL}$ étant

égal à $\delta\sigma$, intervalle spectral résolu

$$d\varphi = \frac{1}{2}\bar{L}\,S\,k\,\bar{F}_2\,d\Omega\,\frac{\int L_0(\sigma_0)\,R''_0(\sigma_0)(\delta\sigma)^2\,d\sigma}{\bar{L}_0}.$$

Une intégration par partie de l'intégrale nous conduit à.

$$d\varphi = \bar{L}\,S\,k\,\bar{F}_2\,d\Omega\,\frac{\int L'_0(\sigma_0)\,R'_0(\sigma_0)(\delta\sigma)^2\,d\sigma}{\bar{L}_0}.$$

> L'amplitude du flux modulé est donc proportionnelle au centre de la fonction de corrélation des dérivées de $L_0(\sigma_0)$ et de la réponse $R_0(\sigma_0)$ à $L(\sigma_0)$ que nous donnerait le spectromètre.

II.3.3: Principe de réalisation des grilles corrélatrices.

3.3.1: Cas des spectres de raies:

Dans ce cas, la grille est très simple à réaliser dans la mesure où le nombre de raies N de l'élément de référence n'est pas trop important. On obtient en effet, dans ce cas, un bon contraste des franges en tout point du plan focal et il suffit d'enregistrer, sur une plaque photographique, ces franges dues à cet élément pris isolément.

3.3.2: Cas des spectres continus:

Si, dans le cas des spectres d'émission de raies, on peut s'attendre à obtenir des franges de bon contraste sur l'ensemble du champ d'interférence, il n'en est pas de même dans le cas des spectres d'absorption moléculaire

et, pour illustrer ce problème, nous allons prendre l'exemple des spectres d'absorption visible et ultraviolet des gaz tels que SO_2 et NO_2.

La fig. (7) représente le spectre d'absorption du SO_2.

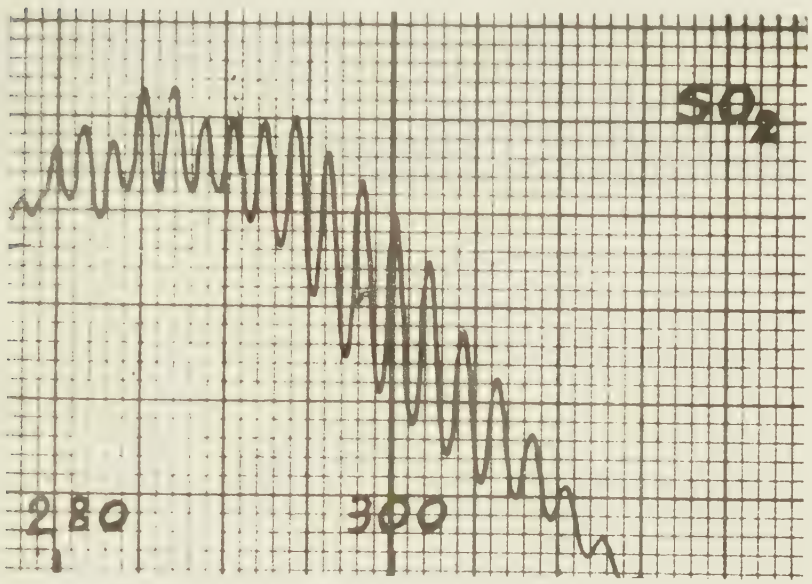


fig. 7

La fig. (8) représente un densitogramme de l'interférogramme obtenu lorsque l'on place devant l'interféromètre une cuve contenant du SO_2 éclairé par une source ayant un spectre continu dans le domaine 2 700 Å _ 3 200 Å.

On remarque, sur cette figure, quelques dizaines de franges au voisinage de la frange centrale, puis une réapparition de franges au voisinage d'un ordre d'interférence égal environ à 100. Cela peut s'interpréter

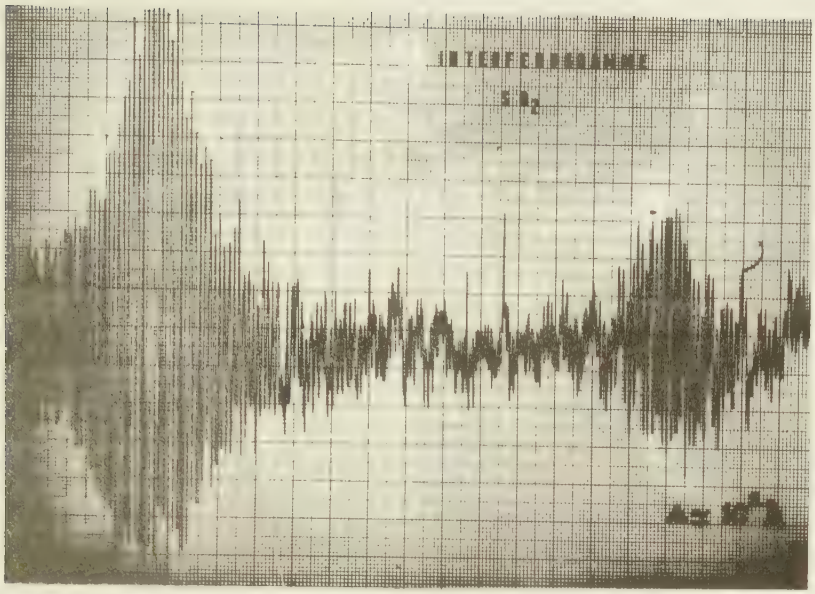


fig. 8

en remarquant l'aspect périodique du spectre d'absorption de SO_2 (fig. 7).

Pour interpréter ce phénomène, nous allons considérer le modèle suivant d'absorption périodique :

Soit un gaz dont la transmission est de la forme :

$$\tau(\sigma) = e^{-k\,a(\sigma)}$$

avec : $k = e.f(c)$; e : étant l'épaisseur traversée ; $f(c)$: une fonction de la concentration

et $a(\sigma) = a_0\left(1 + \alpha \cos 2\pi \frac{\sigma - \sigma_1}{\delta\sigma}\right)$, le coefficient d'absorption ; $\delta\sigma$ représentant la périodicité des bandes d'absorption et α un coefficient petit devant l'unité. On peut, dans ces conditions, écrire :

$$\tau = e^{-k a_0}\left[1 - k a_0 \alpha \cos 2\pi \frac{\sigma - \sigma_1}{\delta\sigma}\right]$$

Supposons que ce gaz soit éclairé par une source de

profil gaussien avec :

$$L(\sigma) = L_0 e^{-\pi\left(\frac{\sigma-\sigma_0}{\Delta\sigma}\right)}$$

L'éclairement obtenu dans le plan focal sera égal à :

$$dE = \frac{1}{2} d\Omega \int L(\sigma)\,\tau(\sigma)\left(1+\cos 2\pi\sigma \frac{Tx}{F}\right) d\sigma .$$

Soit, tout calcul fait :

$$dE = \frac{1}{2} L_0 \Delta\sigma d\Omega e^{-k a_0}\left\{1 + e^{-\pi\left[\frac{Tx}{F}\Delta\sigma\right]^2} \cos 2\pi\sigma_0 \frac{Tx}{F}\right.$$

$$\left. -\frac{1}{2} k a_0 \alpha\, e^{-\pi\left[\left(\frac{Tx}{F}\pm\frac{1}{\delta\sigma}\right)\Delta\sigma\right]^2} \cos 2\pi\left[\sigma_0\left(\frac{Tx}{F}\pm\frac{1}{\delta\sigma}\right)+\frac{\sigma_i}{\delta\sigma}\right]\right\}$$

On obtient donc des franges d'interférences d'interfrange $i = \frac{F}{\sigma_0 T}$ mais dont le contraste n'est différent de zero qu'au voisinage de la différence de marche nulle et des différences de marche $\Delta = \pm\frac{1}{\delta\sigma}$.

On voit, d'autre part, que seules les franges voisines de ces différences de marche $\Delta = \pm\frac{1}{\delta\sigma}$ sont spécifiques du gaz et l'on comprend sur cet exemple l'intérêt de la corrélation des dérivées des spectres par rapport à la corrélation des spectres. En effet, nous avons vu que, pour effectuer la corrélation de dérivées de spectres, il fallait multiplier la transparence de la grille par un facteur proportionnel à Δ^2 ; ce qui revient à éliminer les franges voisines de la frange centrale où

$\Delta = 0$. D'autre part, dans la mesure où $\delta\sigma$ est petit devant $\Delta\sigma$, on conçoit que, si l'on réalisait la grille en enregistrant ces franges sur une plaque photographique, on obtiendrait une grille corrélatrice dont les informations relatives au gaz ne seraient localisées que sur une très petite surface au voisinage de $\Delta = \pm \frac{1}{\delta\sigma}$. En replaçant cette grille dans le montage, on utiliserait très mal le flux lumineux délivré par l'appareil.

Il est donc opportun de mettre en œuvre un interféromètre qui ne fournisse que les franges voisines de la différence de marche caractéristique du gaz, c'est-à-dire de $\Delta = \frac{1}{\delta\sigma}$.

Cela peut être obtenu, par exemple, en utilisant un interféromètre à dédoublement transversal comme ci-dessus mais en déphasant les faisceaux, l'un par rapport à l'autre de telle sorte que l'on ait au centre du champ la frange de différence de marche $\Delta = \frac{1}{\delta\sigma}$ (fig. 9).

L'éclairement dans ce plan est alors égal à :

$$dE = \frac{1}{2} L_0 \Delta\sigma \, d\omega \, e^{-k a_0} \left\{ 1 - \frac{1}{2} k a_0 \alpha \, e^{-\pi \left[\left(\frac{T x}{F} - \frac{1}{\delta\sigma} \right) \Delta\sigma \right]^2} \cos 2\pi \left[\sigma_0 \left(\frac{T x}{F} - \frac{1}{\delta\sigma} \right) + \frac{\sigma_1}{\delta\sigma} \right] \right.$$

Supposons que l'on produise cet éclairement sur une grille périodique de transparence égale à : $\frac{1}{2}\left(1 + \cos 2\pi \frac{x - x_0}{p}\right)$ telle que $\frac{1}{p} = \frac{\sigma_0 T}{F}$ et $\frac{x_0}{p} = \frac{\sigma_1 - \sigma_0}{\delta\sigma} + Nt$.

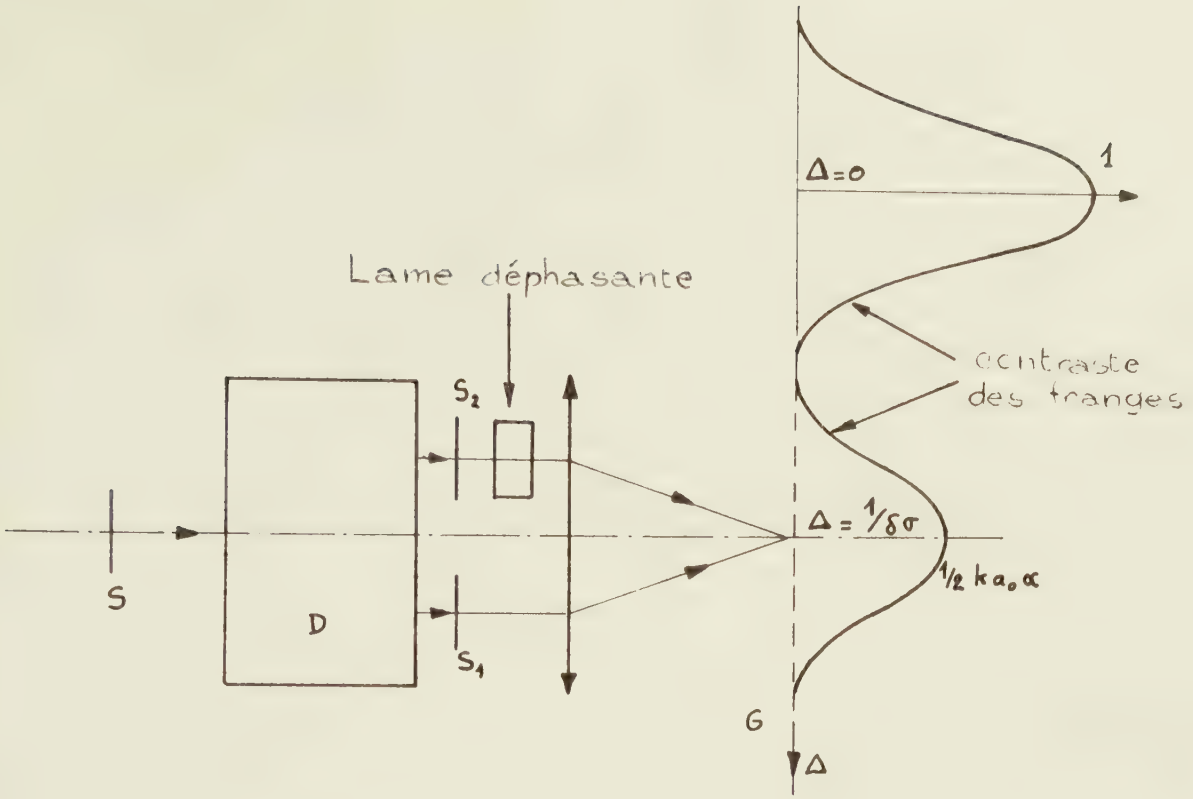


fig. 9

. Le flux émergent de cette grille sera alors égal à :

$$d\Phi = \frac{1}{4} L_0 \Delta\sigma . S d\Omega e^{-ka_0} \left[1 - \frac{1}{4L} k a_0 \alpha \cos 2\pi N t \int_{\frac{F}{T\delta\sigma} - \frac{L}{2}}^{\frac{F}{T\delta\sigma} + \frac{L}{2}} e^{-\pi\left[\left(\frac{T x}{F} - \frac{1}{\delta\tau}\right)\Delta\sigma\right]^2} dx\right.$$

soit, en posant $\boxed{u = \sqrt{\pi}\ \Delta\sigma\ \frac{TL}{2F}}$

$$d\Phi = \frac{1}{4} L_0 \Delta\sigma S d\Omega e^{-ka_0} \left[1 - \frac{\sqrt{\pi}}{4} k a_0 \alpha \cos 2\pi N t \frac{\theta(u)}{u}\right]$$

$\theta(u)$ étant la fonction d'erreur :

$$\theta(u) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^u e^{-t^2} dt$$

La figure (10) représente les variations de $\frac{\theta(u)}{u}$.

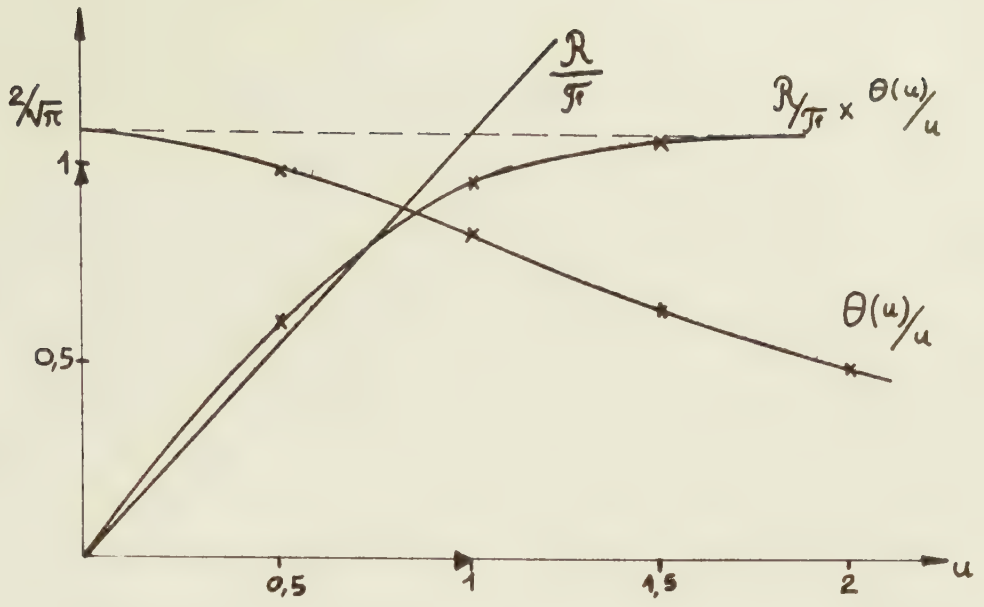


fig. 10

La partie modulée du flux présente donc une amplitude maximum lorsque $u = 0$, c'est-à-dire $T = 0$. $\frac{\theta(u)}{u} \to \frac{2}{\sqrt{\pi}}$ quand $u \to 0$. Ce calcul montre que l'on a donc intérêt à utiliser un interféromètre fournissant un ordre d'interférence constant sur l'ensemble du champ d'interférence et cela au voisinage de la différence de marche $\Delta = \frac{1}{\delta\sigma}$, cet ordre d'interférence correspondant à un maximum ou à un minimum d'éclairement. On peut se poser, dans ces conditions, le problème de la sélectivité du dispositif pour un gaz donné.

On peut en effet obtenir pour un autre gaz une recroissance du contraste au voisinage de $\Delta = \frac{1}{\delta\sigma}$ dans deux cas :

a) un autre gaz présente une périodicité ~~des bandes~~ des bandes d'absorption voisine de $\delta\sigma$ mais centrée sur

un nombre d'onde σ'_0 différent nettement de σ_0, tel par exemple que $\sigma'_0 - \sigma_0 \gg \Delta\sigma$. Dans ce cas, on peut éliminer l'influence de ce gaz en utilisant un filtre de largeur $\Delta\sigma$ centré sur σ_0. Si l'on n'utilise pas de filtre, il est alors nécessaire de prendre un dédoublement $T \neq 0$; l'interféromètre fournit alors pour un gaz un interfrange $i_0 = \frac{F}{\sigma_0 T}$, et, pour l'autre gaz $i'_0 = \frac{F}{\sigma'_0 T}$. On peut considérer alors que la grille de pas $p = i_0$ de largeur L fournit un signal nul pour les franges d'interfrange i'_0 si $\frac{1}{i_0} - \frac{1}{i'_0} \geqslant \frac{1}{L}$ soit $\sigma_0 - \sigma'_0 \geqslant \frac{F}{LT}$ le rapport $R = \frac{\sigma_0}{\sigma_0 - \sigma'_0} = \frac{\sigma_0 L T}{F}$ = nombre de franges caractérise l'aptitude de l'appareil à séparer les deux gaz. On peut exprimer ce rapport en fonction de u et de la finesse $\mathcal{F}$ de la bande spectrale utilisée $\mathcal{F} = \frac{\sigma_0}{\Delta\sigma}$ $\qquad R = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{\sigma_0}{\Delta\sigma} u \Rightarrow \frac{R}{\mathcal{F}} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} u$

Sur la figure 10, on a représenté $\frac{\theta(u)}{u}$ qui caractérise la luminosité ; $\frac{R}{\mathcal{F}}$ qui caractérise l'aptitude de l'appareil à séparer deux gaz présentant des périodicités d'absorption voisines mais centrées respectivement sur σ_0 et σ'_0 et enfin le produit $\frac{R}{\mathcal{F}} \times \frac{\theta(u)}{u} = \frac{2}{\pi}\theta(u)$.

On constate qu'il n'y a pas de situation privilégiée : on peut toujours en augmentant T, c'est-à-dire u, gagner sur le rapport $\frac{R}{\mathcal{F}}$ mais cela au détriment de la luminosité.

b) Un autre gaz présente dans la même bande $\Delta\sigma$, centrée sur σ_0, une périodicité $\delta\sigma' \neq \delta\sigma$. Pour ces deux gaz, on obtiendra des franges d'interférence d'interfrange $i_0 = \frac{F}{\sigma_0 T}$ mais centrées respectivement en $\Delta = \frac{1}{\delta\sigma}$ et $\Delta' = \frac{1}{\delta\sigma'}$ et couvrant un domaine $\delta\Delta = \frac{1}{\Delta\sigma}$.
L'interfrange étant le même, on ne peut espérer séparer ces deux gaz par une grille périodique; la seule possibilité de séparation est d'avoir : $\frac{1}{\delta\sigma'} - \frac{1}{\delta\sigma} \geqslant \frac{1}{\Delta\sigma}$.
Cette condition représente tout simplement la condition nécessaire pour "résoudre" deux fonctions périodiques de σ de période $\delta\sigma$ et $\delta\sigma'$ s'étendant sur un domaine égal à $\Delta\sigma$. Si cette condition est réalisée, on pourra utiliser un interféromètre à dédoublement nul.

3.3.3: Essai de généralisation :

Dans les exemples de spectres d'absorption, que nous avons considérés jusqu'à présent, nous avons supposé que la périodicité $\delta\sigma$ était petite devant la largeur de la bande spectrale $\Delta\sigma$. Dans ces conditions, les franges voisines de la différence de marche égale à $\frac{1}{\delta\sigma}$ et spécifiques de la substance étudiée étaient nettement séparées des franges centrales. Mais, plus $\delta\sigma$ augmente, c'est-à-dire plus les variations d'absorption en fonction de σ sont lentes, plus les deux systèmes de

franges se rapprochent et l'on ne pourra plus pratiquement les séparer si

$$\frac{1}{2} k a_0 \alpha \leqslant e^{-\pi \left[\frac{\delta\sigma}{\Delta\sigma}\right]^2}$$

or, on peut montrer que $k a_0 \alpha$ représente les variations ΔD de densité optique dues à l'absorption de la substance si bien que, pour une périodicité $\delta\sigma$ de l'ordre de $\Delta\sigma$, on ne pourra plus séparer les deux systèmes de franges si

$$\Delta D \leqslant 10^{-1}$$

Cependant, pour traiter ces cas extrêmes d'absorption variant lentement en fonction de σ, on verra au chapitre IV qu'il existe une solution intéressante consistant à utiliser un interféromètre biréfringent double faisceau qui permet de faire une soustraction d'interférogramme et de supprimer ainsi uniquement les franges centrales et donc d'exploiter au mieux les franges spécifiques de la substance.

I.3.4 : Calcul du gain en rapport signal sur bruit de ce type de corrélateur par rapport à un corrélateur utilisant un spectromètre à fentes.

Dans le cas des spectromètres à fentes, on compare directement le spectre émis ou absorbé avec un spectre de référence en plaçant dans le plan du spectre fourni

par le disperseur (réseau) un masque représentant le spectre de référence recherché. (22)

3.4.1: Cas des spectres de raies :

Supposons que la substance de référence présente N raies. L'analyse, à l'aide d'un spectromètre à réseau, consiste à placer dans le plan du spectre N fentes centrées sur chaque raie caractéristique et à collecter sur un récepteur le flux Φ émergent de ces fentes. Si le bruit de photons est prépondérant, le rapport signal sur bruit est proportionnel à $\sqrt{\Phi}$.

Si le même spectre est analysé par le corrélateur interférentiel, présentant un gain d'étendue G, le signal sera égal à $G\Phi$, mais le bruit sera le plus souvent dû au flux parasite Φ_p des éléments accompagnant l'élément à analyser.

Le rapport signal sur bruit sera alors égal à $\frac{G\Phi}{\sqrt{\Phi_p}}$ et le gain en rapport signal sur bruit :

$$g = G\sqrt{\frac{\Phi}{\Phi_p}} = \sqrt{G}\sqrt{\frac{G\Phi}{\Phi_p}}.$$

$\frac{G\Phi}{\Phi_p}$ représente le rapport entre le flux dû aux N raies au flux parasite Φ_p. L'avantage de la méthode dépend donc beaucoup de la structure du spectre à analyser; cependant, ce que nous avons dit, dans l'étude du spectromètre, en ce qui concerne les très faibles flux, demeure

valable dans le cas du corrélateur et le gain en rapport signal sur bruit peut être, dans ce cas, supérieur à celui calculé ci-dessus.

3.4.2 : Cas des spectres d'absorption :

Prenons le cas d'un spectre périodique de largeur spectrale $\Delta\sigma$ centrée en σ_0 tel que nous l'avons défini ci-dessus. Nous supposerons que seules les radiations contenues dans ce domaine peuvent tomber sur le récepteur. Cette hypothèse est tout à fait admissible car on peut expérimentalement mettre devant le récepteur un filtre de largeur $\Delta\sigma$ centré en σ_0.

Le signal, dans le cas du spectromètre interférentiel, a pour valeur $\Phi_i = \frac{1}{4} L_0 \Delta\sigma U_i e^{-k a_0} k a_0 \alpha$, avec $U_i = S\Omega$; si Φ_p est le flux parasite tombant sur le récepteur, le rapport signal sur bruit est alors égal à $\frac{\Phi}{\sqrt{\Phi_p}}$.

Dans le cas du spectromètre à fentes, on placera dans le plan du spectre une grille de transparence égale à :
$\frac{1}{2}\left(1 + \cos 2\pi \frac{\sigma - \sigma_i}{\delta\sigma}\right)$, avec $\frac{\sigma_i}{\delta\sigma} = Ni$, si bien que le flux émergent de cette grille sera :

$$\Phi = \frac{1}{2} U_R \int L(\sigma)\, \tau(\sigma) \left(1 + \cos 2\pi \frac{\sigma - \sigma_i}{\delta\sigma}\right) d\sigma .$$

U_R étant l'étendue admise par le spectromètre dont on a supposé la transparence unitaire. On obtient

également un flux modulé d'amplitude :

$$\Phi_R = \frac{1}{4} U_R L_0 \Delta\sigma e^{-ka_0} k a_0 \alpha .$$

On voit donc que le rapport des signaux obtenus avec les deux types de spectromètres est égal au rapport des étendues. Il en est de même pour les flux parasites tombant sur le récepteur, si bien que, dans ce cas, le gain en rapport signal sur bruit : $g = \sqrt{G}$, G gain d'étendue. Et, dans le cas où c'est le bruit du récepteur qui est prépondérant, le gain en rapport signal sur bruit sera égal à G.

I.4 : Conclusion :

Nous venons de voir que ce type d'appareil permettait des applications diverses tant en spectrométrie qu'en corrélation de spectres ou de dérivées de spectres mais les performances que l'on peut en attendre dépendent du gain d'étendue réelle qu'il est susceptible de fournir. Nous allons donc étudier, dans le chapitre III, les limitations pratiques dues essentiellement à l'objectif dans le plan focal duquel nous formons les franges d'interférence afin de déterminer l'étendue réelle que l'on peut espérer atteindre dans ce type de montage.

CHAPITRE III

FONCTION D'APPAREIL REELLE - COMPARAISON DE L'ETENDUE DU S.I.M.S. A CELLE DES AUTRES SPECTROMETRES.

III.1. Introduction:

Nous avons jusqu'à présent considéré que les deux sources S_1 et S_2 étaient vues depuis la grille sous un angle solide très petit $d\Omega$. En présence d'un objectif parfait, l'angle solide Ω n'est limité que par les dimensions finies du rayon r de l'objectif: en effet, si ρ est le rayon de chacune des sources et T le dédoublement, on doit avoir $\rho \leqslant r - \frac{T}{2}$, et l'on ne peut augmenter indéfiniment r à cause des aberrations de l'objectif. Nous allons donc maintenant étudier comment ces aberrations modifient la fonction d'appareil théorique. Pour cela, nous procéderons de la façon suivante: nous ajouterons au chemin optique $\Delta_0 = \frac{Tx}{F}$ la différence de chemin optique aberrant $\Delta_1 - \Delta_2$ introduit par l'objectif sur chaque couple de rayons. La fonction d'appareil réelle est alors donnée par l'expression:

$$H(\sigma) = \frac{\iint \varphi(x,y) \cos 2\pi \left[\left(\frac{\sigma T}{F} - \frac{1}{p} \right) x + \sigma(\Delta_1 - \Delta_2) \right] dx\, dy\, d\Omega}{S \bar{F} \Omega} ;$$

le flux modulé tombant sur le récepteur étant:

$$d\varphi = \frac{1}{8} L(\sigma)\, d\sigma\, S \bar{F} \Omega\, H(\sigma) ;$$

quant au flux non modulé, il est égal à: $d\Phi = \frac{1}{4} L(\sigma)\, d\sigma\, S \bar{F} \Omega$.

Dans ce qui suit, nous allons étudier pour chaque aberration :

- les variations de la luminosité $\mathcal{L} = \frac{d\varphi}{L(\sigma)\, d\sigma}$ en fonction de Ω ; pour une résolution théorique donnée, c'est-à-dire lorsque le pas p de la grille est égal à l'interfrange correspondant au nombre d'onde σ, $\mathcal{L}$ est égale à :

$$\mathcal{L} = \frac{1}{8} \int \varphi(x,y) \cos 2\pi\sigma(\Delta_1 - \Delta_2)\, dx\, dy\, d\Omega$$

- les variations de la résolution $R = \frac{\sigma}{\Delta\sigma}$ en fonction de Ω, $\Delta\sigma$ étant la largeur à mi-hauteur de la fonction d'appareil réelle $H(\sigma)$.

Il nous faut donc d'abord expliciter le chemin aberrant $\Delta_1 - \Delta_2$ en fonction des coordonnées X, Y d'un point de la pupille et des coordonnées x, y d'un point de la grille.

III.2. Calcul du chemin aberrant.

Nous supposerons que les centres $I_{0,1}$ et $I_{0,2}$ (fig 11) des deux sources S_1 et S_2 sont symétriques par rapport à l'axe optique de l'objectif.

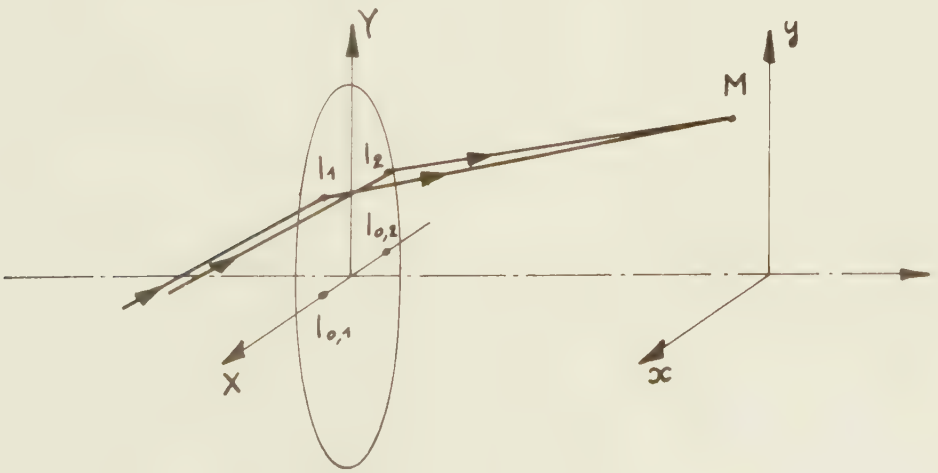


fig 11

L'interféromètre donne d'un rayon incident deux rayons émergents parallèles dont les traces dans la pupille de l'objectif sont I_1 et I_2, $\overrightarrow{I_1 I_2} = \vec{T}$ quel que soit le rayon incident de sorte que la différence de marche des vibrations qui interfèrent en M compte tenu des chemins aberrants Δ_2 et Δ_1, introduits par l'objectif en I_1 et I_2 est:

$$\Delta = \frac{Tx}{F} + (\Delta_1 - \Delta_2) .$$

Pour un rayon quelconque IM le chemin aberrant limité au 3e ordre s'écrit:

$$\delta = \frac{\varepsilon}{2F^2}(X^2+Y^2) \qquad \text{défaut de mise au point}$$

$$-\frac{a}{4}\left(\frac{X^2+Y^2}{F^4}\right)^2 \qquad \text{aberration sphérique}$$

$$+\frac{b}{F^3}(X^2+Y^2)(xX+yY) \qquad \text{coma}$$

$$-\frac{c+\alpha}{F^2}(X^2+Y^2)(x^2+y^2)+\frac{\alpha}{2F^2}(xX+yY)^2 \qquad \text{astigmatisme et courbure de champ}$$

$$+\frac{d}{F}(x^2+y^2)(xX+yY) \qquad \text{distorsion.}$$

Les coordonnées de I_1 sont $\left(X+\frac{T}{2}, Y\right)$

celles de I_2 $\left(X-\frac{T}{2}, Y\right)$

Pour calculer Δ_1 et Δ_2, il suffit donc de remplacer, dans l'expression du chemin aberrant δ, X et Y respectivement par les coordonnées de I_1 et de I_2.

Ce qui nous donne:

$$\Delta_1 - \Delta_2 = \frac{\varepsilon T}{F^2} X \qquad \text{défaut de mise au point}$$

$$- \frac{a}{F^4} TX\left[X^2 + Y^2 + \frac{T^2}{4}\right] \qquad \text{aberration sphérique}$$

$$+ \frac{b T}{F^3}\left[\left(3X^2 + Y^2 + \frac{T^2}{4}\right)x + 2XYy\right] \qquad \text{coma}$$

$$- \frac{c}{2F^2} TX(x^2 + y^2) \qquad \text{courbure de champ}$$

$$+ \frac{\alpha T}{2F^2}\left[(x^2 - y^2)X + 2xy\,Y\right] \qquad \text{astigmatisme}$$

$$+ \frac{d T}{F} x(x^2 + y^2) \qquad \text{distorsion .}$$

Nous allons maintenant étudier la contribution de chaque aberration prise isolément et dans l'ordre indiqué ci-dessus. Mais on peut remarquer préalablement que l'aberration de défaut de mise au point est susceptible de se combiner aux aberrations sphériques, de courbure de champ et d'astigmatisme ; nous étudierons donc pour chacune de ces trois aberrations les possibilités de compensation par défaut de mise au point.

III.2.1. Défaut de mise au point.

$$\Delta_1 - \Delta_2 = \frac{\varepsilon T X}{F^2}$$

$H(\sigma)$ peut alors s'écrire, $\Delta_1 - \Delta_2$ étant indépendant de (x, y),

$$H(\sigma) = \frac{\int \varphi(x,y) \cos 2\pi\left(\frac{\sigma T}{F} - \frac{1}{p}\right)x\,dx\,dy \times \int \cos 2\pi\sigma(\Delta_1 - \Delta_2)\,d\Omega}{S\,\bar{F}\,\Omega}.$$

or $$\frac{\int \varphi(x,y) \cos 2\pi\left(\frac{\sigma T}{F} - \frac{1}{p}\right)x\,dx\,dy}{S\,\bar{F}} = H_0(\sigma')$$

d'où $H_0(\sigma') = H_0(\sigma') \times \mathcal{C}(\Omega)$, avec $\mathcal{C}(\Omega) = \dfrac{\int \cos 2\pi\sigma(\Delta_1 - \Delta_2)\,d\Omega}{\Omega}$.

La résolution réelle sera donc égale à la résolution théorique R_0. On peut retrouver ce résultat simplement en remarquant que $\Delta_1 - \Delta_2$ étant indépendant de x et y le contraste des franges reste constant sur toute la grille. Quant à la luminosité, elle est égale à

$\mathcal{L} = \frac{1}{8} S \bar{F} \Omega \left| \mathcal{C}(\Omega) \right|$ puisque, pour $\frac{\sigma T}{F} = \frac{1}{P}$, $H_0(\sigma') = 1$.

Soit : $\mathcal{L} = \frac{1}{8} S \bar{F} \left| \int \cos 2\pi \frac{\sigma \varepsilon T X}{F^2} \, d\Omega \right|$;

soit, en supposant la source circulaire de rayon ρ_1,

$$\mathcal{L} = \frac{1}{8} S \bar{F} \Omega \left| \frac{2 J_1\left(2\pi \frac{\sigma \varepsilon T \rho_1}{F^2}\right)}{2\pi \frac{\sigma \varepsilon T \rho_1}{F^2}} \right| \quad \text{avec } \Omega = \frac{\pi \rho_1^2}{F^2} ;$$

J_1 étant la fonction de Bessel d'ordre 1.

Si l'on tolère une perte de luminosité de 20% par rapport au réglage parfait obtenu pour $\varepsilon = 0$ et pour lequel $\mathcal{L}_0 = \frac{1}{8} S \bar{F} \Omega$, on est conduit à la relation

$$2\pi \frac{\varepsilon \sigma T}{F^2} \rho \leqslant 1{,}3 \implies \rho \leqslant \frac{\lambda}{5} \frac{F^2}{\varepsilon T}.$$

Soit, en faisant intervenir l'écart normal $\delta_n = \frac{\varepsilon r^2}{2F^2}$: $\boxed{\rho \leqslant \frac{1}{10} \frac{r^2}{T} \frac{\lambda}{\delta_n}}$

Il s'agit de savoir si cette limitation ρ de la source est plus ou moins forte que celle imposée par le rayon r de l'objectif car l'on doit avoir pour un dédoublement T : $\rho \leqslant r - \frac{T}{2}$.

Sur la fig (12) on a représenté ces deux limitations qui se traduisent par les courbes 1 et 2. Ces deux courbes sont tangentes pour $T = r$ et $\rho = \frac{r}{2}$ si l'écart normal $\delta_n = \frac{\lambda}{5}$. Dans ces conditions, quel que soit le dédoublement T, c'est le rayon r de l'objectif qui limite le rayon de la source donc l'angle solide. Il en est encore ainsi, si l'écart normal étant supérieur à $\frac{\lambda}{5}$, le dédoublement T est, soit inférieur à T_1, soit compris entre T_1 et $2r$ (courbe 1). Par contre, si T est compris entre T_1 et T_2, c'est le défaut de mise au point qui limite ρ et cela d'autant plus sévèrement que l'on travaille à un dédoublement T voisin de r.

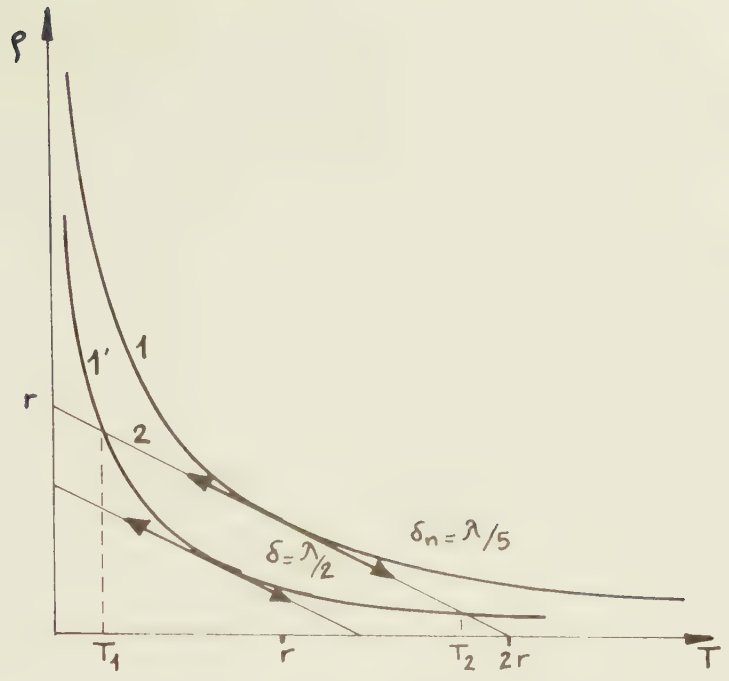


fig 12

I. 2. 2. Aberration sphérique : $\Delta_1 - \Delta_2 = \frac{\sigma a T}{F_4} X\left(X^2 + Y^2 + \frac{T^2}{4}\right)$.

2. 2. 1 : Etude de la luminosité.

Comme dans le cas du défaut de mise au point, le chemin aberrant étant indépendant de x et y, la résolution sera égale à la résolution théorique et la luminosité sera égale à :

$$\mathcal{L} = \frac{1}{8} S \bar{F} \iint \cos 2\pi\sigma(\Delta_1 - \Delta_2)\, d\Omega \; ;$$

soit, en supposant toujours la source circulaire de rayon ρ_1

$$\mathcal{L} = \frac{1}{8} S F \frac{2\pi}{F^2} \int_0^{\rho_1} J_0\left(2\pi \frac{\sigma T}{F_4} \rho\left(\rho^2 + \frac{T^2}{4}\right)\right) \rho\, d\rho \; ;$$

J_0 étant la fonction de Bessel d'ordre 0.

Lorsque ρ devient très grand, l'intégrale tend vers une limite finie car $\left| \rho J_0\left(2\pi \frac{\sigma a T}{F_4} \rho\left(\rho^2 + \frac{T^2}{4}\right)\right)\right| \leqslant \sqrt{\frac{\rho}{\frac{2\pi\sigma a T}{F_4}\left(\rho^2 + \frac{T^2}{4}\right)}}$;

quantité qui tend vers zéro si ρ tend vers l'infini.

La fig. (13) représente les variations de $\mathcal{L}$ en fonction de $\Omega = \frac{\pi \rho_1^2}{F^2}$.

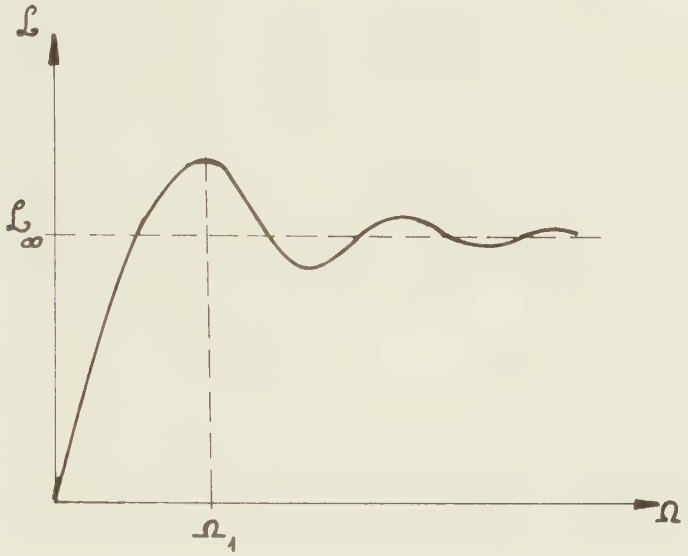


fig. 13

Les extrémums sont obtenus pour les zéros de la fonction :

$$J_0\left(\frac{2\pi\sigma a T}{F^4}\,\rho\left(\rho^2+\frac{T^2}{4}\right)\right)$$

en particulier le premier pour $\frac{2\pi\sigma a T}{F^4}\,\rho\left(\rho^2+\frac{T^2}{4}\right) = 2,4$.

Donc, en présence d'aberration sphérique, lorsque Ω augmente, la résolution reste constante ; quant à la luminosité, elle tend assez rapidement vers une constante. Par contre, si l'on est dans un domaine où le bruit de photons est prédominant, le bruit croît comme $\sqrt{\Omega}$ et le rapport signal sur bruit va décroître comme $\frac{1}{\sqrt{\Omega}}$; on peut donc se fixer comme limite pour Ω la valeur de l'angle solide correspondant au premier maximum de $\mathcal{L}$ où l'on a : $\boxed{\frac{2\pi\sigma a T}{F^4}\,\rho\left(\rho^2+\frac{T^2}{4}\right) = 2,4}$

Soit, en introduisant l'écart normal $\delta_n = \frac{a r^4}{4F^4}$ $T\rho\left(\rho^2 + \frac{T^2}{4}\right) = \frac{1}{10} r^4 \frac{\lambda}{\delta_n}$.

Comme pour le défaut de mise au point, on peut chercher dans quelle mesure la limitation de ρ est due à l'aberration sphérique ou au rayon r de l'objectif. Les deux limitations sont représentées par les courbes 1 et 2 de la figure (14) qui sont tangentes en $T = r$ et $\rho = \frac{r}{2}$ si l'écart normal est tel que :

$$\delta_n = \frac{\lambda}{2,5}$$

Si l'écart normal est supérieur à $\frac{\lambda}{2,5}$ (courbe 1'), on est amené aux mêmes conclusions que pour le défaut de mise au point.

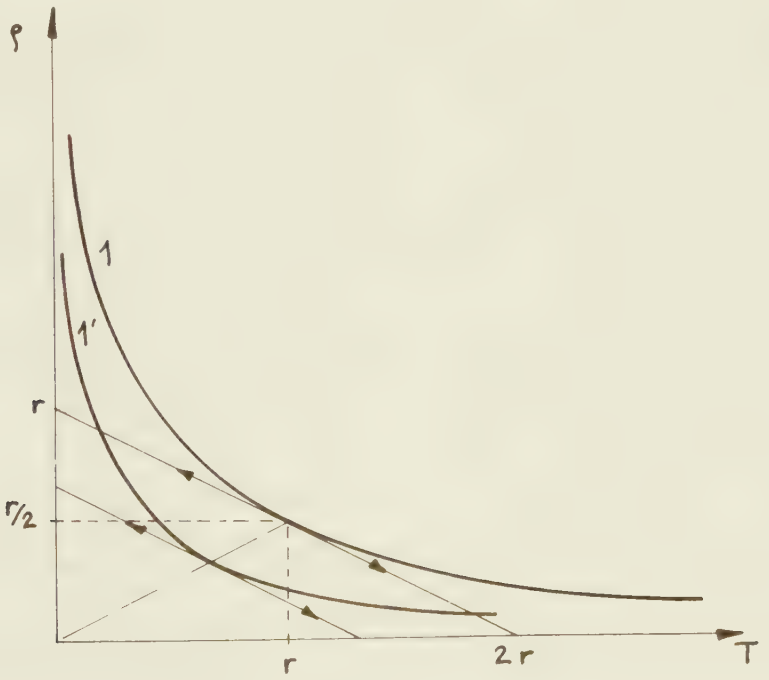


fig 14

2.2.2 : Etude de la compensation de cette aberration par un défaut de mise au point :

En présence d'un défaut de mise au point, la luminosité est donnée par :

$$\mathcal{L} = \frac{1}{8} S F \frac{2\pi}{F^2} \int_0^{\rho_1} J_0\left[\frac{2\pi a \sigma T}{F^4} \rho\left(\rho^2 + \frac{T^2}{4} - \frac{\varepsilon F^2}{a}\right)\right] \rho \, d\rho .$$

La fonction $\mathcal{L}$ aura la même forme de représentation en fonction de Ω que précédemment, en particulier elle tendra vers la même limite pour les grandes valeurs de ρ_1. La valeur optimum de Ω correspondant comme dans le cas précédent au premier maximum de $\mathcal{L}$. Dans le cas présent, ce maximum est obtenu pour : $\left|\frac{2\pi a \sigma T}{F^4} \rho\left(\rho^2 + \frac{T^2}{4} - \frac{\varepsilon F^2}{a}\right)\right| = 2,4$.

L'étude de cette relation conduit à une valeur optimum pour ρ, lorsque $\varepsilon > 0$ et que :

$$\left(\frac{\varepsilon F^2}{a} - \frac{T^2}{4}\right)^{\frac{3}{2}} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\lambda}{2,5} \cdot \frac{F^4}{aT} .$$

ρ vaut alors

$$\boxed{\rho_1 = \left(4 \frac{\lambda}{2,5} \frac{F_4}{aT}\right)^{\frac{1}{3}}}$$

Un raisonnement analogue au cas $\varepsilon = 0$ nous montre que ρ n'est limité que par le rayon r de l'objectif si l'écart normal est tel que :

$$\frac{a r^4}{4 F^4} = 4,7 \cdot \frac{\lambda}{2,5} .$$

L'écart normal peut être près de cinq fois supérieur à celui

tolérable pour $\varepsilon = 0$. Cette compensation de l'aberration sphérique par un défaut de mise au point permet donc soit d'utiliser un objectif plus simple soit un objectif corrigé à $\frac{\lambda}{2,5}$ mais plus ouvert, ce qui permettra d'augmenter la luminosité.

III. 2.3. Etude de la coma.

2.3.1. Introduction.

Dans ce cas $\Delta_1 - \Delta_2 = \frac{b\,T}{F^3}\left[\left(Y^2 + 3X^2 + \frac{T^2}{4}\right)x + 2XY\,y\right]$.

On supposera la grille non apodisée c'est-à-dire $|x| \leqslant \frac{L}{2}$ et $|y| \leqslant \frac{H}{2}$ (dans ces conditions $\overline{F} = 1$). Cela nous conduit à des conditions plus sévères que dans le cas de la grille apodisée mais présente l'avantage de rendre les calculs plus simples et permet d'avoir une idée de l'influence de l'aberration de coma sur la fonction d'appareil. Pour étudier celle-ci, nous serons amenés à faire les changements de variables :

$$\left(\frac{\sigma T}{F} - \frac{1}{P}\right)\frac{L}{2} = \sigma' \qquad x = \frac{L}{2}\,x'$$

$$\sqrt{3}\,X = \rho\cos\varphi \qquad Y = \rho\sin\varphi \quad \text{avec} \quad d\Omega = \frac{1}{\sqrt{3}\,F^2}\,\rho\,d\rho\,d\varphi.$$

Ce dernier changement de variables revient à supposer la source de forme elliptique si, lorsque φ varie de 0 à 2π, ρ varie de 0 à ρ_1. De plus nous supposerons que $\frac{b\,T^2}{4F^2} \ll 1$ et $H = L$.

La fonction d'appareil dont l'expression s'écrit :

$$H(\sigma) = \frac{1}{S\Omega\sqrt{3}\,F^2}\int\cos 2\pi\left[\left(\frac{\sigma T}{F} - \frac{1}{P} + \frac{\sigma\,b\,T}{F^3}\rho^2\right)x + \frac{\sigma\,b\,T}{\sqrt{3}\,F^3}\rho^2\sin 2\varphi\,y\right]dx\,dy\,\rho\,d\rho\,d\varphi.$$

peut se mettre sous une forme simple après intégration successivement sur x, φ et y :

$$H(\sigma') = \frac{\pi}{\sqrt{3}\,\Omega F^2} \int_0^{\rho_1} \frac{\sin 2\pi\left(\sigma' + \frac{\sigma b T L}{2F^3}\rho^2\right)}{2\pi\left(\sigma' + \frac{\sigma b T L}{2F^3}\rho^2\right)} \times \frac{2\sum_{\rho=0}^{N} J_{2\rho+1}\left(\frac{\pi\sigma b T L}{\sqrt{3}F^3}\rho^2\right)}{\frac{\pi\sigma b T L}{\sqrt{3}F^3}\rho^2}\, d\rho^2 .$$

En faisant intervenir l'angle solide $\omega = \frac{\pi\rho^2}{\sqrt{3}F^2}$ sous lequel on voit les sources et, en remarquant que $\frac{\sigma T L}{F} = R_0$, $H(\sigma')$ peut se mettre sous la forme :

$$H(\sigma') = \frac{1}{\Omega}\int_0^{\Omega} \frac{\sin 2\pi\left(\sigma' + b\sqrt{3}R_0\frac{\omega}{2\pi}\right)}{2\pi\left(\sigma' + b\sqrt{3}R_0\frac{\omega}{2\pi}\right)} \cdot \frac{2\sum_{\rho=0}^{N} J_{2\rho+1}(bR_0\omega)}{(bR_0\omega)}\, d\omega$$

Il est commode d'utiliser comme variable d'intégration la grandeur σ'' telle que :

$$\sigma'' = b\sqrt{3}\,R_0\frac{\omega}{2\pi} \quad \text{et, en posant} \quad u = b\sqrt{3}\,R_0\frac{\Omega}{2\pi},$$

l'expression de $H(\sigma')$ devient :

$$H(\sigma') = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} H_0(\sigma' + \sigma'')\,R_1(\sigma'')\,d\sigma''}{u}$$

avec $H_0(\sigma'') = \frac{\sin 2\pi\sigma''}{2\pi\sigma''}$, fonction d'appareil théorique non apodisée,

et $R_1(\sigma'') = \frac{2\sum_{\rho=0}^{N} J_{2\rho+1}\left(\frac{2\pi}{\sqrt{3}}\sigma''\right)}{\frac{2\pi}{\sqrt{3}}\sigma''} \cdot R(\sigma'')$; $R(\sigma'')$ fonction rectangle de largeur u.

$H(\sigma')$ est donc égale au produit de convolution de la fonction d'appareil théorique $H_0(\sigma'')$ par la fonction $R_1(\sigma'')$.

Ce résultat est à rapprocher de celui obtenu avec les autres

spectromètres interférentiels à la différence près que $R_1(\sigma'')$ n'est pas une fonction rectangulaire. Elle résulte du produit de la fonction rectangle $R(\sigma'')$ de largeur u et de la fonction $\dfrac{2\sum_{p=0}^{N} J_{2p+1}\left(\frac{2\pi}{\sqrt{3}}\sigma''\right)}{\frac{2\pi}{\sqrt{3}}\sigma''}$, représentée sur la fig.(15), et de largeur $\Delta\sigma'' = 1,54$, $H_0(\sigma'')$ ayant une largeur $\Delta\sigma'' = 0,5$.

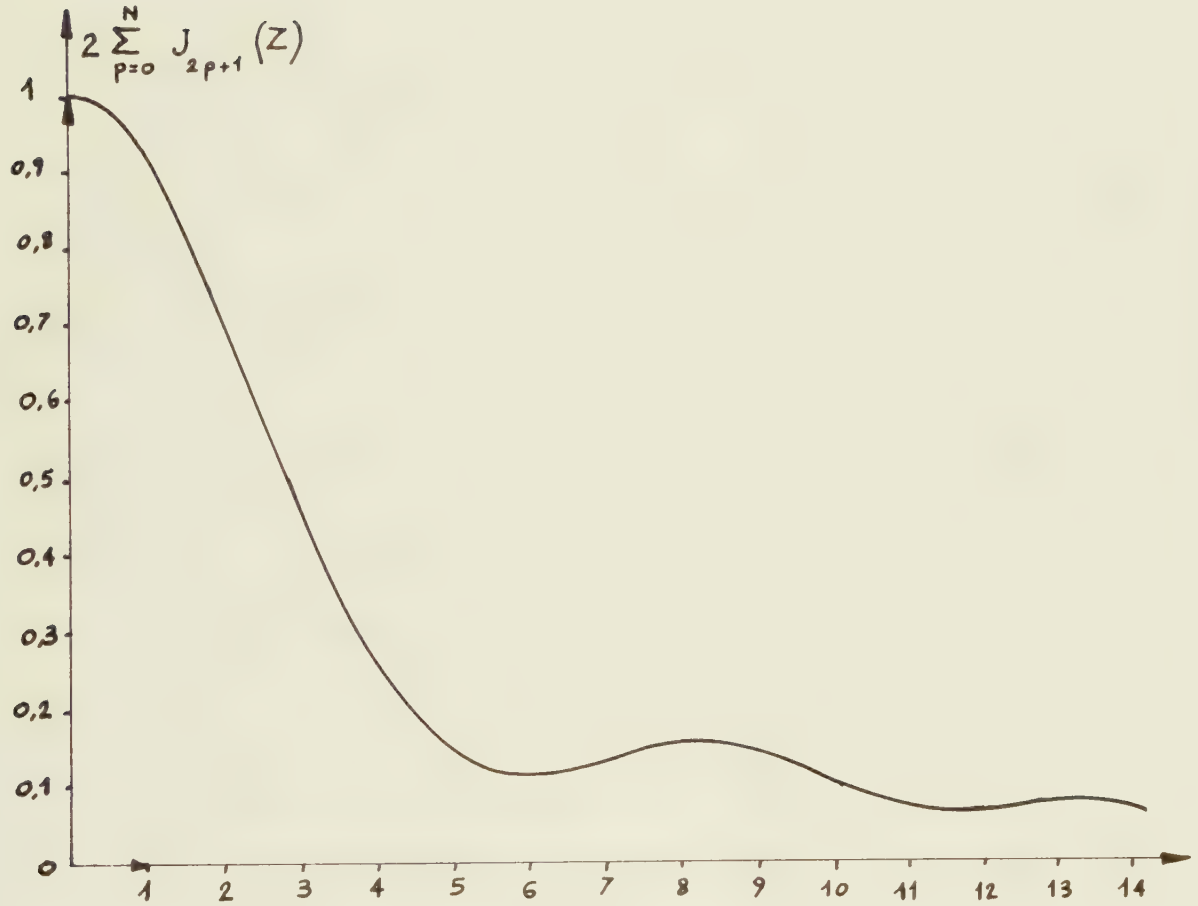


fig. 15

2.3.2 : Etude de la résolution :

Si u est petit devant la largeur de la fonction $\dfrac{2\sum_{p=0}^{N} J_{2p+1}\left(\frac{2\pi}{\sqrt{3}}\sigma''\right)}{\frac{2\pi}{\sqrt{3}}\sigma''}$, c'est-à-dire devant 1,54, on peut considérer que $R_1(\sigma'')$ est sensiblement égal à $R(\sigma'')$ et l'on est en présence du problème

classique de la convolution de la fonction d'appareil théorique par une fonction rectangle de largeur u. La largeur de la fonction d'appareil croît et le rapport du pouvoir de résolution R réel au pouvoir de résolution théorique R_0 décroît pour atteindre la valeur approximative de 0,8 lorsque les fonctions ont la même largeur soit ici $u = 0,5$ d'où $\Omega = \frac{2\pi}{R_0} \cdot \frac{1}{2\sqrt{3}\,b}$.

Si par contre u est grand devant 1,54, on a alors sensiblement $R_1(\sigma'') = \frac{2 J_1\left(\frac{2\pi}{\sqrt{3}}\sigma''\right)}{\frac{2\pi}{\sqrt{3}}\sigma''}$. $H(\sigma')$ résulte alors du produit de convolution de deux fonctions de largeur respective 0,5 et 1,54. Cela nous conduit donc à une fonction d'appareil de largeur indépendante de l'angle solide, donc à un pouvoir de résolution qui tend vers une constante non nulle : $\frac{R}{R_0} \simeq 0,3$.

2.3.3. Etude de la luminosité :

La luminosité est donnée par :

$$\mathcal{L} = \frac{1}{8} S\Omega \cdot \frac{\displaystyle\int_0^u \frac{\sin 2\pi\sigma''}{2\pi\sigma''} \cdot \frac{2\sum_{p=0}^{N} J_{2p+1}\left(\frac{2\pi}{\sqrt{3}}\sigma''\right)}{\frac{2\pi}{\sqrt{3}}\sigma''}\, d\sigma''}{u}$$

$\mathcal{L}$ tend assez rapidement vers une constante en présentant des extrémums comme indiqué sur la fig. (16). Le premier maximum étant obtenu pour $u = 0,5$.

On voit donc, à partir de ces courbes, que la meilleure condition de fonctionnement correspond à $u = 0,5$ soit $\Omega = \frac{\pi}{R_0} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}\,b}$.

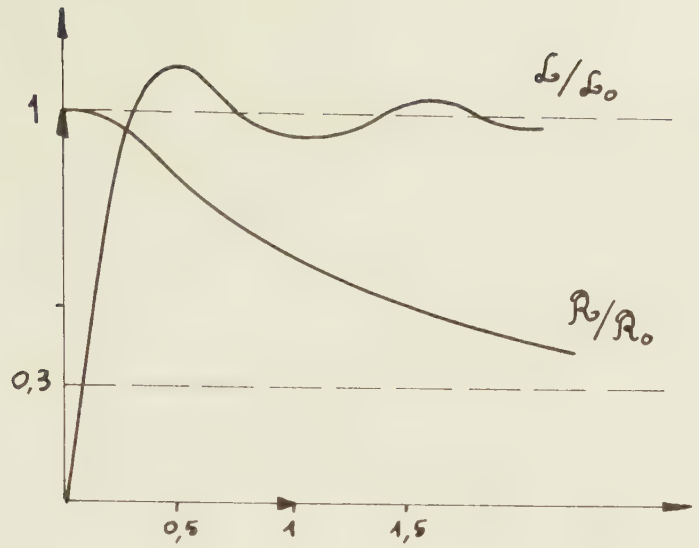


fig 16

Dans ces conditions de fonctionnement $R \simeq 0,8\, R_0$.

On peut, comme pour les autres aberrations, chercher dans quelles conditions la limitation de l'angle solide Ω est due à l'aberration ou au rayon r de l'objectif et l'on peut représenter – fig. (17) – ces deux limitations dans le diagramme ρ, T par les courbes :

– d'une part : $\Omega = \frac{\pi}{R_0} \frac{1}{\sqrt{3}\, b}$, c'est-à-dire en remplaçant Ω et R_0 par leur valeur et en introduisant l'écart normal en un point du champ de coordonnées $x = \frac{L}{2}$, $y = 0$, $\delta_n = \frac{b}{F3} \cdot \frac{r^3 L}{2}$

$$\rho^2 = \frac{r^3}{2T} \cdot \frac{\lambda}{\delta_n}$$

– d'autre part : $\rho = r - \frac{T}{2}$.

Ces deux courbes sont tangentes en $T = \frac{2}{3} r$ et $\rho = \frac{2}{3} r$, si l'écart normal maximum est : $\delta_n = 1,7\, \lambda$. Dans ces conditions, c'est le rayon r de l'objectif qui limite l'angle solide quel que soit le dédoublement T. Si l'écart est supérieur à $1,7\, \lambda$, on est conduit à la même discussion que

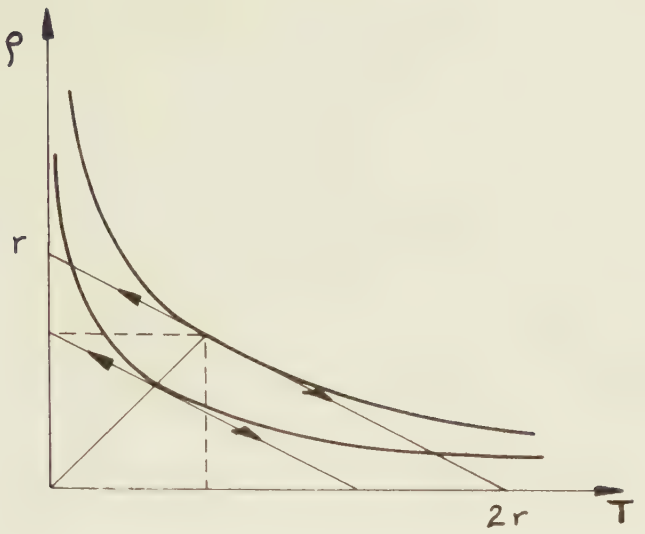


fig. 17

pour les aberrations précédentes.

III.2.4. Courbure de champ.

2.4.1: Introduction:

Dans ce cas: $\Delta_1 - \Delta_2 = -\frac{c}{2F^2} T X (x^2+y^2)$.

La fonction d'appareil est alors égale à:

$$H(\sigma) = \frac{1}{S\Omega F^2} \int \cos 2\pi \left[\left(\frac{\sigma T}{F} - \frac{1}{P} \right) x - \frac{c\sigma T}{2F^2} X (x^2+y^2) \right] dx\, dy\, dX\, dY.$$

En supposant la source circulaire de rayon ρ_1 et en intégrant sur X et Y on obtient:

$$H(\sigma) = \frac{1}{S} \int \cos 2\pi \left(\frac{\sigma T}{F} - \frac{1}{P} \right) x \, \frac{2 J_1 \left[\frac{\pi \sigma c T}{F^2} (x^2+y^2) \rho_1 \right]}{\frac{\pi \sigma c T}{F^2} (x^2+y^2) \rho_1} dx\, dy.$$

2.4.2: Etude de la luminosité:

$$\mathcal{L} = \Omega \int \frac{2 J_1 \left[\frac{\pi \sigma c T}{F^2} (x^2+y^2) \rho_1 \right]}{\frac{\pi \sigma c T}{F^2} (x^2+y^2) \rho_1} dx\, dy.$$

Afin d'avoir une idée de l'évolution de $\mathcal{L}$ en fonction de Ω,

on peut supposer que le contour de la grille est circulaire, de rayon $R = \frac{L}{2}$ et, en posant $Z = \frac{\pi \sigma C T \rho_1 (x^2+y^2)}{F^2}$, $\mathcal{L}$ s'écrit :

$$\mathcal{L} = \frac{\Omega}{\frac{\sigma C T \rho_1}{F^2}} \cdot \int_0^{Z_1} \frac{2 J_1(Z)}{Z} \, dZ \qquad \text{avec } Z_1 = \frac{\pi \sigma C T \rho_1 R_G^2}{F^2}$$

or $\Omega = \frac{\pi \rho_1^2}{F^2}$, d'où $\mathcal{L} = \frac{\pi \rho_1}{\sigma C T} \cdot \int_0^{Z_1} \frac{2 J_1(Z)}{Z} \, dZ$.

or la fonction $\varphi(Z_1) = \int_0^{Z_1} \frac{2 J_1(Z)}{Z} \, dZ$, représentée sur la fig (18), tend rapidement vers une constante lorsque Z croît et la luminosité $\mathcal{L}$ croît donc comme $\sqrt{\Omega}$. Dans le cas où le bruit du récepteur est négligeable, le bruit croît également comme $\sqrt{\Omega}$ donc le rapport signal sur bruit tend vers une constante.

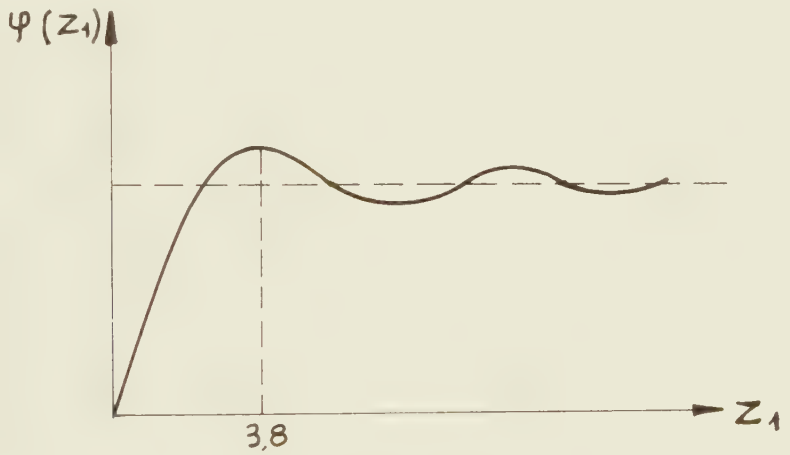


fig 18

Donc, dans ce cas, si Z_1 est supérieur à 3,8 c'est-à-dire si $\rho_1 \geqslant \frac{1}{3} \frac{r^2}{T} \frac{\lambda}{\delta n}$ (δn étant l'écart normal $\delta n = \frac{C r^2 R_G^2}{4 F^2}$), on ne gagnera rien en rapport signal sur bruit, par contre, on perdra, comme nous allons le montrer, en résolution.

2.4.3 : Etude de la résolution :

Pour calculer la résolution réelle, on est amené à calculer la largeur à mi-hauteur de la fonction d'appareil

$$H(\sigma) = \frac{1}{S}\int \cos 2\pi\left(\frac{\sigma T}{F} - \frac{1}{P}\right)x \, \frac{2J_1\left[\frac{\pi\sigma C T}{F^2}(x^2+y^2)\rho_1\right]}{\frac{\pi\sigma C T}{F^2}(x^2+y^2)\rho_1}\, dx\, dy ,$$

soit, en posant $\left(\frac{\sigma T}{F} - \frac{1}{P}\right)R_G = \sigma'$ $\quad \frac{x}{R_G} = x'$ et $\frac{y}{R_G} = y'$,

$$H(\sigma') = \frac{1}{\pi}\int \cos 2\pi\sigma' x' \cdot \frac{2J_1\left[\frac{\pi\sigma T}{F^2} C \rho_1 R_G^2(x'^2+y'^2)\right]}{\frac{\pi\sigma T}{F^2} C\rho_1 R_G^2(x'^2+y'^2)}\, dx'\, dy' ,$$

d'où $H(\sigma') = H_0(\sigma') \otimes R_1(\sigma')$,

$R_1(\sigma')$ étant la transformée de Fourier de la fonction :

$$\psi(x', y') = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{2J_1\left[\frac{\pi\sigma T}{F^2} C\rho_1 R_G^2(x'^2+y'^2)\right]}{\frac{\pi\sigma T}{F^2} C\rho_1 R_G^2(x'^2+y'^2)}$$

$H_0(\sigma')$ la fonction d'appareil théorique correspondant à une grille circulaire c'est-à-dire ayant une largeur

$$(\Delta\sigma)_0 = \frac{\pi}{3}\cdot\frac{F}{2RT} = \frac{\pi}{3}\frac{\sigma}{N} \quad (N : \text{nombre de franges})$$

$R_1(\sigma')$ aura une largeur égale à l'inverse de la largeur de la fonction $\psi(x', y')$. Le calcul nous conduit, pour la largeur $(\Delta\sigma)_1$ de $R_1(\sigma')$, à :

$$(\Delta\sigma)_1 = \frac{1}{3}\sqrt{\frac{\pi\sigma C\rho_1}{T}}$$

- si $(\Delta\sigma)_0 \gg (\Delta\sigma)_1$, le pouvoir de résolution R est voisin de R_0 ;
- si $(\Delta\sigma)_0 \ll (\Delta\sigma)_1$, le pouvoir de résolution réel est voisin de

$R = \frac{\sigma}{(\Delta\sigma)_1} = 3\sqrt{\frac{\sigma T}{\pi C\rho_1}}$. R décroît donc comme $\frac{1}{\sqrt{\rho_1}}$, c'est-à-dire comme $\frac{1}{\Omega^{\frac{1}{4}}}$

En résumé, dans le cas de l'aberration de courbure de champ, lorsque Ω augmente, $\mathcal{L}$ croît comme $\sqrt{\Omega}$ et R décroît comme $\frac{1}{\Omega^{\frac{1}{4}}}$: fig (19).

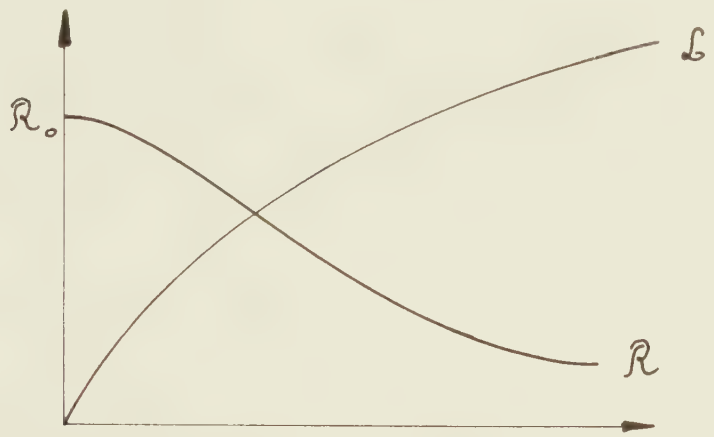


fig. 19

Cependant, lorsque le bruit du récepteur est faible devant le bruit dû au rayonnement, ce dernier croissant comme $\sqrt{\Omega}$, le rapport signal sur bruit tend vers une constante lorsque Ω augmente et, dans ces conditions, l'augmentation de Ω ne procure qu'une perte de résolution. Dans ces conditions, comme nous l'avons vu dans l'étude de la luminosité, l'angle solide optimum sera défini par la valeur ρ_1 du rayon de la source qui correspond au maximum du rapport signal sur bruit et de la plus grande résolution effective, soit : $\boxed{\rho_1 = \frac{1}{3}\frac{r^2}{T}\frac{\lambda}{\delta_n}}$

Une discussion analogue à celle faite pour les aberrations précédemment étudiées montre que c'est la courbure de champ qui limite ρ_1 et non pas le rayon r de l'objectif si l'écart normal δ_n est supérieur à $0,67\,\lambda$.

2.4.4. Etude de la compensation de l'aberration de courbure de champ par un défaut de mise au point.

Supposons qu'avec le même objectif, le même dédoublement T et la même grille, on provoque un défaut de mise au point ε.

Dans ces conditions, en appelant ρ_1' le rayon de la source, on est conduit à la fonction d'appareil

$$H(\sigma) = \frac{1}{S}\int \cos 2\pi\left(\frac{\sigma T}{F} - \frac{1}{\rho_1}\right)x \cdot \frac{2J_1\left[\frac{\pi\sigma c T}{F^2}\left(x^2+y^2-2\frac{\varepsilon}{c}\right)\rho_1'\right]}{\frac{\pi\sigma c T}{F^2}\left(x^2+y^2-2\frac{\varepsilon}{c}\right)\rho_1'}\,dx\,dy$$

a) Etude de la luminosité.

Si l'on a $\frac{T}{F} = \frac{1}{\rho}$, la luminosité est alors égale à :

$$\mathcal{L} = \Omega\int \frac{2J_1\left[\frac{\pi\sigma c T}{F^2}\left(x^2+y^2-2\frac{\varepsilon}{c}\right)\rho_1'\right]}{\frac{\pi\sigma c T}{F^2}\left(x^2+y^2-2\frac{\varepsilon}{c}\right)\rho_1'}\,dx\,dy$$

en faisant le changement de variable

$$Z = \frac{\pi\sigma c T}{F^2}\left(x^2+y^2-2\frac{\varepsilon}{c}\right)\rho_1'$$

on est conduit à :

$$\mathcal{L} = \frac{\Omega}{\frac{\sigma c T \rho_1'}{F^2}}\int_{Z_0}^{Z_1}\frac{2J_1(Z)}{Z}\,dZ$$

avec $Z_0 = -\frac{2\pi\sigma T\varepsilon\rho_1'}{F^2}$ et $Z_1 = \frac{\pi\sigma c T}{F^2}\left(R_a^2 - 2\frac{\varepsilon}{c}\right)\rho_1'$:

or $Z_1 - Z_0 = \frac{\pi\sigma c T R_a^2 \rho_1'}{F^2}$; l'intervalle d'intégration est indépendant de ε et l'intégrale tendra vers une constante maximale si : — cet intervalle est égal à $2\times 3{,}8$ soit $\frac{\pi\sigma c T R_a^2 \rho_1'}{F^2} = 2\times 3{,}8$

— et $Z_1 = -Z_0 = 3{,}8$ soit $\varepsilon = c\,\frac{R_a^2}{4}$.

Si ces deux conditions sont réalisées, la luminosité sera quatre fois plus grande que dans le cas où $\varepsilon = 0$. En effet, la première condition entraîne que ρ_1', dans la mesure où T, R_G et F ont la même valeur que pour $\varepsilon = 0$, peut être égal à $2\rho_1$

b) Etude de la résolution :

La fonction d'appareil est la transformée de Fourier de la fonction radiale :

$$\varphi(r) = \frac{2 J_1\left[\frac{\pi \sigma c T}{F^2}\left(r^2 - 2\frac{\varepsilon}{c}\right)\rho_1'\right]}{\frac{\pi \sigma c T}{F^2}\left(r^2 - 2\frac{\varepsilon}{c}\right)\rho_1'}, \text{ avec } r^2 = x^2 + y^2.$$

Partons de la condition obtenue pour $\varepsilon = 0$, c'est-à-dire :

$\frac{\pi \sigma c T}{F^2} R_a^2 \rho_1 = 3{,}8$ avec donc $\rho_1' = \rho_1$ et représentons $\varphi(r)$ en fonction de r, nous obtenons les courbes de la fig. (20).

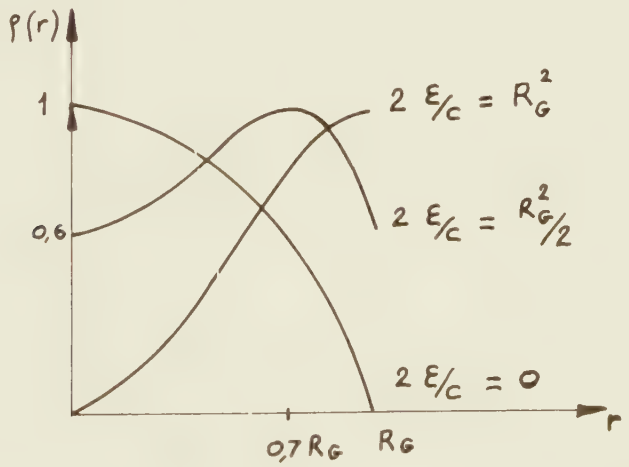


fig. 20

On voit donc que le défaut de mise au point a pour effet d'atténuer le contraste des franges au voisinage de la frange centrale et d'augmenter le contraste de ces franges au bord du champ. On

conçoit donc que cela [illegible] affiner la fonction d'appareil mais, en contrepartie à augmenter l'importance des "pieds" (maximums secondaires) de cette fonction. On voit sur le réseau de courbes de la fig. (20) que le meilleur compromis semble bien être obtenu, comme pour la luminosité, lorsque $\frac{\varepsilon}{c} = \frac{R_a^2}{4}$ car, dans ces conditions, le contraste des franges au voisinage de la frange centrale est du même ordre que le contraste au bord du champ.

Si maintenant, partant de cette double condition

$$\frac{\pi \tau c T R_a^2 \rho_1}{F^2} = 3,8 \quad \text{et} \quad \frac{\varepsilon}{c} = \frac{R_a^2}{4},$$ on augmente le rayon de la source ρ_1' et que l'on représente $\varphi(r)$ en fonction de r pour plusieurs valeurs de ρ_1', on obtient le réseau de courbes [illegible] (21)

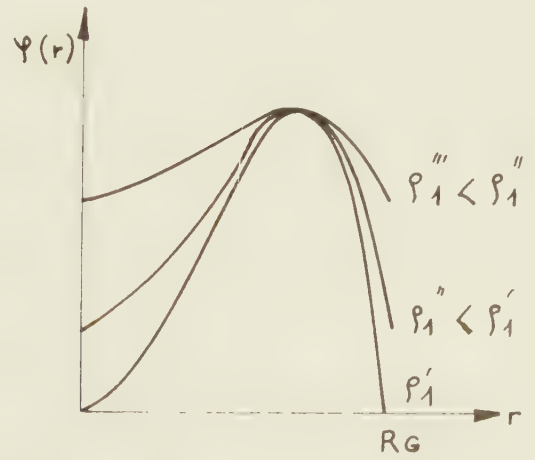


fig. 21

On constate que, lorsque ρ_1 augmente, le contraste des franges passe par un maximum pour la même valeur de r mais que ce contraste diminue au centre et au bord du champ et cela d'autant plus que ρ_1 est plus grand. On conçoit intuitivement que l'augmentation de ρ_1' [illegible] d'élargir la

fonction d'appareil tout en augmentant l'importance de ses "pieds".

En résumé, si on se place dans les conditions optimums en l'absence de défaut de mise au point c'est-à-dire si $\frac{\pi \sigma c T R_G^2 \rho_1}{F^2} = 3,8$, que l'on fasse croître ce défaut de mise au point, la luminosité et la résolution vont croître tant que $\frac{\varepsilon}{c} \leqslant \frac{R_G^2}{4}$. Si l'on se fixe à ce défaut de mise au point et que l'on augmente le rayon de la source, la luminosité va croître plus vite que $\sqrt{\Omega}$ tant que $\frac{\pi \sigma c T R_G^2 \rho_1}{F^2} \leqslant 2 \times 3,8$ puis, au delà de cette valeur, elle ne croît que comme $\sqrt{\Omega}$. Par contre, la résolution, elle, va décroître. Donc, si l'on tient compte à la fois de la résolution et de la luminosité, les conditions optimums sont :

$$\frac{\varepsilon}{c} = \frac{R_G^2}{4} \quad \text{et} \quad \frac{\pi \sigma c T R_G^2 \rho_1}{F^2} = 3,8$$

Dans ces conditions, on gagne en luminosité et en résolution par rapport au cas où le défaut de mise au point est nul.

III.2.5. Astigmatisme :

2.5.1 : Cas où le défaut de mise au point est nul :

$$\Delta_1 - \Delta_2 = \frac{\alpha T}{2F^2}\left[(x^2 - y^2)X + 2xyY\right]$$

Dans ce cas, la fonction d'appareil s'écrit :

$$H(\sigma) = \frac{1}{S\Omega}\int \cos 2\pi\left(\frac{\sigma T}{F} - \frac{1}{p}\right)x \cdot \cos \frac{\pi \sigma \alpha T}{F^2}\left[(x^2-y^2)X + 2xyY\right] dx\, dy\, d\Omega.$$

En supposant la source et la grille circulaires, on peut faire

le changement de variables :

$$x = r\cos\varphi \qquad y = r\sin\varphi \qquad dx\,dy = r\,dr\,d\varphi$$

$$X = \rho\cos\theta \qquad Y = \rho\sin\theta \qquad d\Omega = \frac{1}{F^2}\rho\,d\rho\,d\theta$$

$H(\sigma)$ s'écrit alors :

$$H(\sigma) = \frac{1}{S\Omega}\frac{2}{F^2}\int \cos 2\pi\left(\frac{\sigma T}{F} - \frac{1}{p}\right) r\cos\varphi \cos\left(\frac{\pi\sigma\mathcal{A}T}{F^2} r^2\rho\cos(2\theta-\varphi)\right) \rho\,d\rho\,d\theta\,r\,dr\,d\varphi .$$

L'intégration par rapport à θ puis par rapport à ρ nous conduit à :

$$H(\sigma) = \frac{1}{S\Omega}\frac{\pi\rho_1^2}{F^2}\int \cos 2\pi\left(\frac{\sigma T}{F} - \frac{1}{p}\right) r\cos\varphi \; \frac{2J_1\left(\frac{\pi\sigma\mathcal{A}T}{F^2} r^2\rho_1\right)}{\frac{\pi\sigma\mathcal{A}T}{F^2} r^2\rho_1}\, r\,dr\,d\varphi .$$

Revenant aux variables x et y :

$$H(\sigma) = \frac{1}{S}\int \cos 2\pi\left(\frac{\sigma T}{F} - \frac{1}{p}\right) x \; \frac{2J_1\left[\frac{\pi\sigma\mathcal{A}T}{F^2}\rho_1(x^2+y^2)\right]}{\frac{\pi\sigma\mathcal{A}T}{F^2}\rho_1(x^2+y^2)}\, dx\,dy .$$

expression analogue à celle obtenue pour la courbure de champ ; il nous suffit donc de transposer l'étude faite pour cette aberration à l'astigmatisme en remplaçant dans les relations établies le coefficient C par $\mathcal{A}$.

2.5.2. Etude de la compensation de l'astigmatisme par un défaut de mise au point.

Dans ces conditions, le chemin aberrant s'écrit :

$$\Delta_1 - \Delta_2 = \frac{\mathcal{A}T}{2F^2}\left[\left(x^2 - y^2 + \frac{2\xi}{\mathcal{A}}\right)X + 2xy\,Y\right]$$

En faisant le même changement de variables que précédemment on obtient :

$$\Delta_1 - \Delta_2 = \frac{\mathcal{A}T}{2F^2}\rho\left[\left(x^2 - y^2 + \frac{2\xi}{\mathcal{A}}\right)\cos\theta + 2xy\sin\theta\right]$$

Pour se ramener à l'intégration faite pour $\varepsilon = 0$, on peut poser :

$$\left(x^2 - y^2 + 2\frac{\varepsilon}{\alpha}\right)\cos\theta + 2xy\sin\theta = A\cos(\theta + \psi),$$

avec : $A^2 = \left(x^2 - y^2 + 2\frac{\varepsilon}{\alpha}\right)^2 + 4x^2y^2$.

La fonction d'appareil s'écrit :

$$H(\tau) = \frac{1}{S\Omega}\int\!\!\int e^{i\pi\left(\frac{\tau T}{\tau} - \frac{1}{p}\right)x} \cos\frac{\pi T \alpha T \rho_1}{F^2} A\cos(\theta+\psi)\,dx\,dy\,\frac{\rho\,d\rho\,d\theta}{F^2}$$

L'intégration sur θ puis ρ nous conduisant à :

$$H(\tau) = \frac{1}{S}\int\!\!\int \cos 2\pi\left(\frac{\tau T}{F} - \frac{1}{p}\right)x \cdot \frac{2J_1\left(\frac{\pi T \alpha T \rho_1}{F^2} A\right)}{\frac{\pi T \alpha T \rho_1}{F^2} A}\,dx\,dy$$

On est donc conduit au même calcul que dans le cas de la courbure de champ en remplaçant $x^2 + y^2$ par :

$$A = \sqrt{(x^2+y^2)^2 + 4\frac{\varepsilon}{\alpha}(x^2 - y^2) + 4\frac{\varepsilon^2}{\alpha^2}}$$

Il est cependant beaucoup plus difficile dans ce cas de déterminer les optimums éventuels pour la luminosité et la résolution en fonction du défaut de mise au point. Malgré tout, on peut se rendre compte de l'effet d'un défaut de mise au point sur la luminosité et la résolution en représentant dans le plan de la grille la frontière du domaine à l'intérieur duquel les franges conserveraient un contraste au moins égal à 0,8. L'équation de cette frontière est donnée par la relation :

$$\frac{\pi T \alpha T \rho_1}{F^2} A = \pm 1{,}3$$

Soit : $\left(\frac{\pi \sigma \alpha T}{F^2} \rho_1\right)^2 \left[(x^2+y^2)^2 + 4\frac{\varepsilon}{\alpha}(x^2-y^2) + 4\frac{\varepsilon^2}{\alpha^2}\right] = (1,3)^2$.

Si $\varepsilon = 0$, l'équation est celle d'un cercle d'équation.

$x^2+y^2 = R_G^2$ avec $R_G^2 = \frac{1,3\,F^2}{\pi \sigma \alpha T \rho_1}$

La fig (22) représente l'évolution de ce domaine lorsque $\frac{\varepsilon}{\alpha}$ varie :

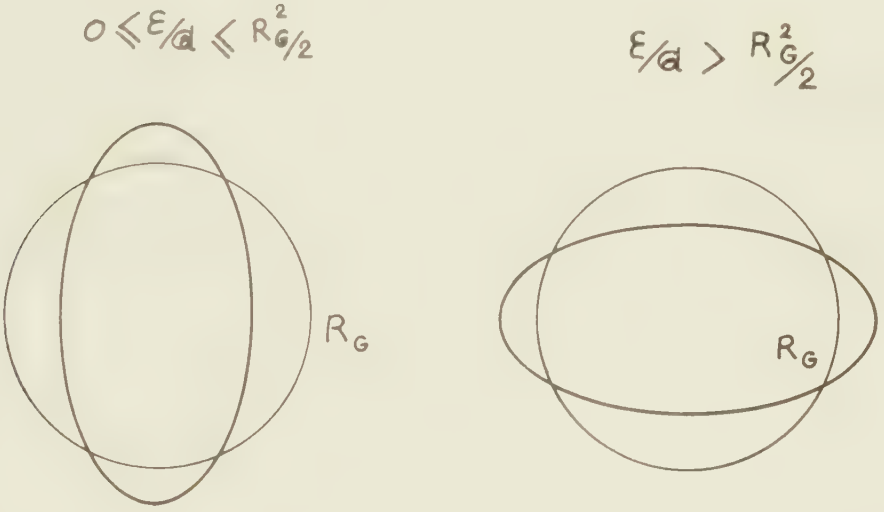


fig. 22

Si $0 \leqslant \frac{\varepsilon}{\alpha} \leqslant \frac{R_G^2}{2}$, le nombre de franges présentant un contraste au moins égal à 0,8 demeure, par contre la hauteur utile de ces franges augmente. Il semble donc que la luminosité doit rester pratiquement constante, par contre la résolution va diminuer.

Si $\frac{R_G^2}{2} < \frac{\varepsilon}{\alpha}$, on obtient deux domaines disjoints : cas visiblement non intéressant.

Si $\frac{\varepsilon}{\alpha} \leqslant 0$, on retrouve les mêmes cas de figure que précédemment mais en échangeant les variables x et y.

Le cas le plus intéressant semble donc être celui où :

$$-\frac{R_G^2}{2} \leqslant \frac{\varepsilon}{\alpha} \leqslant 0$$

car on augmente la résolution réelle (le nombre de franges utiles étant supérieur au cas où $\varepsilon = 0$) en conservant pratiquement la même luminosité.

III.2.6. Cas de la distorsion :

Dans ce cas $\Delta_1 - \Delta_2 = \frac{d\,T}{F} x\,(x^2+y^2)$

$\Delta_1 - \Delta_2$ est indépendant de X et Y, on peut donc utiliser une source aussi large que le permet le rayon de l'objectif. La fonction d'appareil réelle est donnée par :

$$H(\sigma) = \frac{\iint \varphi(x,y) \cos 2\pi \left[\left(\frac{\sigma T}{F} - \frac{1}{P}\right) x + \frac{\sigma T}{F} d\,x\,(x^2+y^2)\right] dx\,dy}{S\,F}$$

On voit donc que cette aberration influe d'une part sur la largeur de la fonction d'appareil et d'autre part sur sa hauteur donc va modifier la résolution théorique ainsi que la luminosité, car pour $\frac{\sigma T}{F} = \frac{1}{P}$, $H(\sigma)$ est plus petit que 1. Cependant, on peut compenser cette aberration, du moins en ce qui concerne la luminosité. En effet, si l'on réalise la grille par enregistrement sur une plaque photographique des franges fournies par l'interféromètre éclairé par une source ponctuelle monochromatique de nombre d'onde σ_0, on obtient une grille dont la transparence peut se mettre sous la forme :

$$\mathcal{T}(x,y) = \frac{1}{2}\left(1 + \cos 2\pi\,\sigma_0 \left[\frac{T_0 x}{F} + \frac{T_0\,d\,x}{F}(x^2+y^2)\right]\right.$$

La fonction d'appareil $H(\sigma)$ devient alors

$$H(\sigma) = \frac{1}{SF}\iint \varphi(x,y) \cos 2\pi\left(\frac{\sigma T}{F} - \frac{\sigma_0 T_0}{F}\right)\left[1 + d\,(x^2+y^2)\right] x\,dx\,dy \quad ;$$

pour $\sigma T = \sigma_c T_0$, on a bien $H(\sigma) = 1$.

Pour les autres valeurs de σ, il est difficile d'exploiter la fonction d'appareil et donc de déterminer le pouvoir de résolution "réel"; cependant on peut remarquer que, si d est positif, l'interfrange diminue au bord du champ donc le nombre de franges dans le champ augmente et, en même temps, la résolution. On aboutit bien sûr à la conclusion contraire si $d < 0$.

Remarque : En l'absence de distorsion, nous avons supposé les franges rectilignes en posant $\Delta_0 = \frac{Tx}{F}$. En fait, cette différence de marche doit s'écrire $\Delta_0 = \vec{T}.\vec{u}$ $\vec{u}$ étant le vecteur unitaire des deux rayons parallèles qui interfèrent dans le plan focal de la lentille; donc en toute rigueur $\Delta_0 = \frac{Tx}{\sqrt{x^2+y^2+F^2}}$, que l'on peut écrire

$$\Delta = \frac{Tx}{F}\left(1 - \frac{1}{2}\cdot\frac{x^2+y^2}{F^2}\right) = \frac{Tx}{F} + \frac{d'Tx}{F}(x^2+y^2).$$

Tout se passe comme si l'on était en présence d'une aberration de distorsion de coefficient $d' = -\frac{1}{2F^2}$, aberration que l'on compense comme cela a été indiqué ci-dessus.

III.3. Conclusion quant au rôle joué par les aberrations de l'objectif:

3.1. Résumé :

Nous avons vu, en particulier lorsque l'on utilisait des récepteurs à bruit propre très faible, que l'on obtenait, pour chaque aberration, une condition optimum liant le rayon ρ de la source,

le dédoublement T et l'écart normal maximum du chemin aberrant. C'est ainsi que nous avons trouvé :

$\rho = \frac{1}{10} \frac{r^2}{T} \frac{\lambda}{\delta n}$: défaut de mise au point.

$T\rho\left(\rho^2 + \frac{T^2}{4}\right) = \frac{1}{10} r^4 \frac{\lambda}{\delta n}$: aberration sphérique.

$\rho^2 = \frac{1}{2} \frac{r^3}{T} \frac{\lambda}{\delta n}$: coma.

$\rho = \frac{1}{3} \frac{r^2}{T} \frac{\lambda}{\delta n}$: courbure de champ.

$\rho = \frac{1}{3} \frac{r^2}{T} \frac{\lambda}{\delta n}$: astigmatisme.

Et nous avons montré que, suivant le dédoublement utilisé et la valeur de l'écart normal maximum de l'aberration, la limitation était due soit au rayon fini de l'objectif soit à l'aberration elle-même. Pour illustrer cette étude, nous allons prendre un exemple : celui d'un doublet (Clairaut) de 500 mm de focale et de 25 mm de pupille.

3.2. Exemple d'un doublet (Clairaut).

Dans ce cas, l'aberration sphérique et la coma sont très faibles et ne contribuent pas à la limitation de la source. Les coefficients d'astigmatisme et de courbure de champ ont respectivement comme valeurs : $a = 2.10^{-3}$

$c = -5,4.10^{-3}$.

Considérons la courbure de champ ; nous avons vu que, dans ce cas, la limitation imposée par cette aberration se traduisait par la relation $\rho = \frac{1}{3} \frac{r^2}{T} \frac{\lambda}{\delta n}$.

Or, dans ce cas, l'écart normal vaut : $\delta n = \frac{c}{4} \frac{r^2 R_G^2}{F^2} = 3,4\,10^{-6} R_G^2$;

d'où $\frac{\lambda}{\delta n} = \frac{0,15\,10^3}{R_G^2}$, avec $\lambda = 0,5\mu$ (R_G rayon de la grille exprimé en mm) ;

on a donc : $\rho = \frac{312,5}{T} \frac{10^2}{R_G^2}$. On a représenté sur la fig. (23) cette limitation pour plusieurs valeurs de R_G ainsi que la limitation due à l'objectif : $\rho = r - \frac{T}{2} = 25 - \frac{T}{2}$.

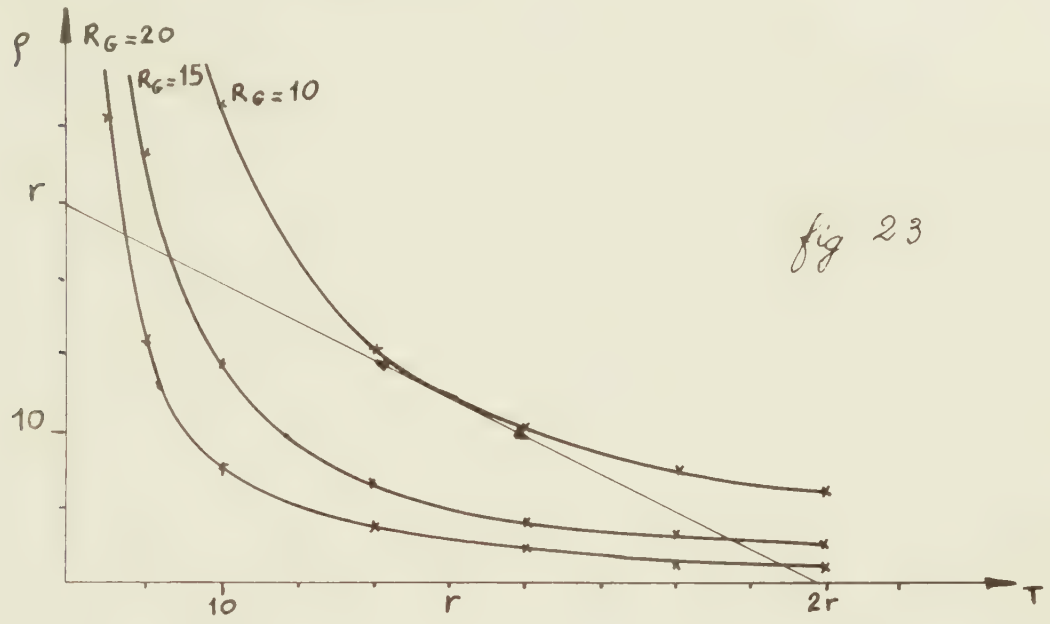


fig 23

On voit donc que, plus on augmente le rayon R_G de la grille, plus le dédoublement T doit être petit si l'on veut utiliser un rayon de source ρ important et limité uniquement par la dimension finie de la pupille de l'objectif. On peut se demander, dans ces conditions, comment évolue la résolution : $R = \frac{2 R_G T}{\lambda F}$ puisque, si R_G augmente, on est conduit à se placer à un dédoublement T plus petit. Cette valeur de T est solution de l'équation

$$\rho = \frac{1}{3} \frac{r^2}{T} \frac{\lambda}{\delta n} = r - \frac{T}{2}.$$

On obtient dans l'exemple choisi :

$$T = 25\left[1 - \left(1 - \frac{10^2}{R_{ir}^2}\right)^{\frac{1}{2}}\right]$$

et une résolution à $\lambda = 0,5\ \mu$

$$R = 200\left[R_G - \left(R_G^2 - 100\right)^{\frac{1}{2}}\right]$$

dont l'évolution en fonction de R_G est représentée sur la fig. (24) :

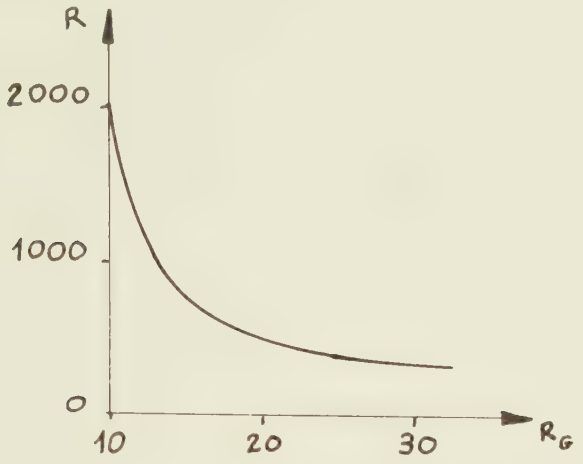


fig. 24.

On constate que la résolution décroît très rapidement lorsque R_G passe de 10 mm à 20 mm ; elle passe en effet de 2000 à 500, puis décroît ensuite plus lentement pour atteindre la valeur 350 lorsque $R_G = 30$ mm. Par contre, lorsque R_G augmente et que T diminue, l'étendue optique admissible par l'appareil augmente de façon importante. En effet, cette étendue est égale à :

$$U = \frac{\pi^2 \rho^2 R_G^2}{F^2} = \Omega S \quad , \text{ avec } \Omega = \frac{\pi \rho^2}{F^2} \qquad S = \pi R_G^2 .$$

Dans l'exemple que nous avons choisi, U peut s'écrire :

$$\frac{U}{U_0} = 10^{-2} R_G^2 \left[1 + \left(1 - \frac{100}{R_G^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^2$$

$U_0 = 0{,}62$ étant l'étendue du système lorsque $R_G = 10$ mm.
La figure (25) montre l'évolution de $\frac{U}{U_0}$ lorsque R_G varie

On voit donc, en étudiant l'influence de la courbure de champ d'un doublet, qu'avec un tel objectif on ne pourra, en utilisant

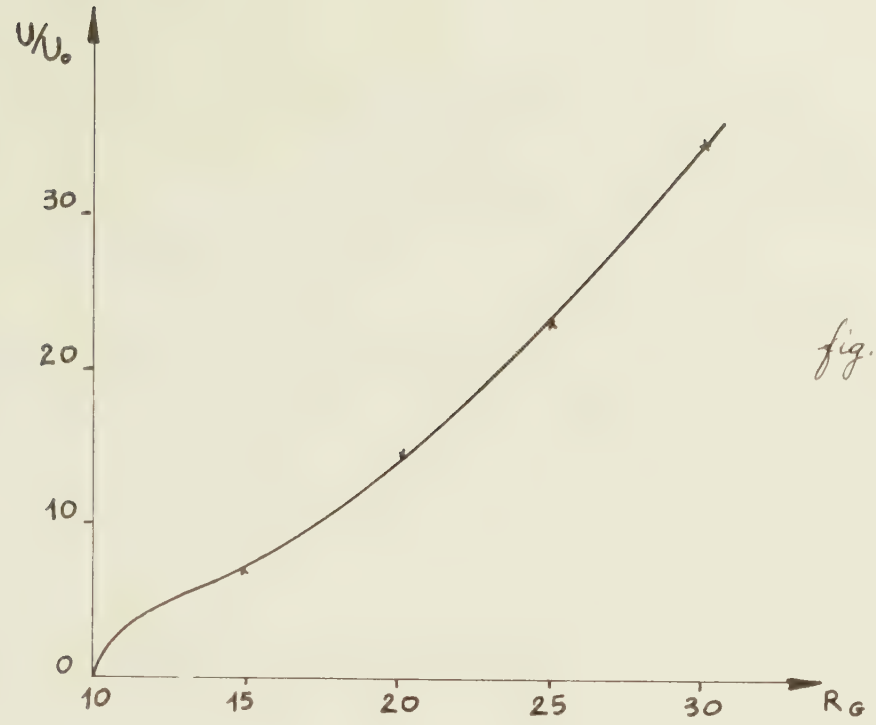


fig. 25

au mieux l'étendue du système que traiter des problèmes dont la résolution n'excède pas 10^3.

On se rend compte, à partir de cette étude, que le rôle joué par l'objectif dans cette méthode spectroscopique est très important en particulier pour des résolutions supérieures à 1000. D'une façon générale, pour une résolution donnée, on a intérêt à choisir le dédoublement T le plus petit possible et le rayon R_G de la grille le plus grand possible car la luminosité croît comme R_G^2. Il faudra donc corriger au mieux les aberrations de champ.

Nous allons tout d'abord nous placer dans ce cas, c'est-à-dire celui où le rayon ρ de la source n'est limité que par le rayon r de la pupille de l'objectif ; donc, en fait, en adaptant l'objectif à l'interféromètre utilisé, c'est la pupille de sortie de ce dernier qui limite ρ et nous allons dans ce cas comparer l'étendue du spectromètre SIMS aux autres spectromètres.

III.4. Comparaison de l'étendue du S.I.M.S. à celle des spectromètres à fentes et des spectromètres interférentiels.

4.1. Rappel des résultats

L'étude comparative des différents spectromètres interférentiels et spectromètres à fentes a déjà été faite dans le détail (23); nous nous contenterons ici de rappeler les principaux résultats.

4.1.1 : Spectromètres à fentes :

On appelle R_o la résolution théorique qui est obtenue pour une largeur angulaire α des fentes égale à zéro, c'est-à-dire [illegible] nulle des faisceaux. Si α devient grand devant α_o, largeur de la tache de diffraction dans le plan de la fente de sortie, la résolution réelle R devient :

$$R = \frac{\alpha_o}{\alpha} R_o$$

Quant à la luminosité, elle est donnée par la relation :

$$\mathcal{L} = \tau S \times \beta$$

S étant la surface de la pupille de sortie du système,
β la hauteur angulaire de la fente de sortie vue de cette pupille,
τ la transparence du spectromètre.

Sur la fig. (26) sont représentées, en fonction de $u = \frac{\alpha}{\alpha_o}$, l'évolution de $\frac{R}{R_o}$, celle de $\frac{\mathcal{L}}{\mathcal{L}_o}$ où $\mathcal{L}_o$ représente la luminosité obtenue pour $u = 1$, et celle de $\frac{\mathcal{L}}{\mathcal{L}_o} \times \frac{R}{R_o}$.

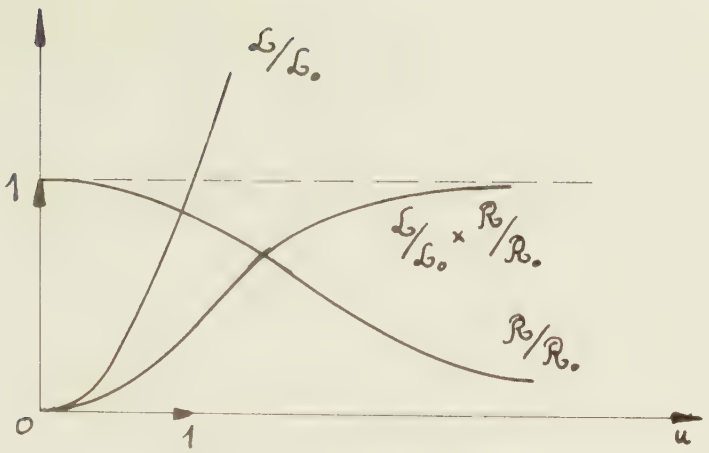


fig. 26

Ce diagramme nous montre que, si $\frac{R}{R_0}$ est petit devant 1, le produit luminosité × résolution est constant, donc que l'on peut modifier à volonté soit la luminosité soit la résolution en agissant sur la largeur des fentes. Par contre, si l'on veut faire tendre la résolution R vers R_0, on perd énormément en luminosité.

4.1.2: Spectromètres interférentiels :

Dans le cas des spectromètres interférentiels tels que le Fabry-Perot, le spectromètre à transformation de Fourier, le S.I.S.A.M., l'évolution des fonctions $\frac{\mathcal{L}}{\mathcal{L}_0}$, $\frac{R}{R_0}$ et $\frac{\mathcal{L}}{\mathcal{L}_0} \times \frac{R}{R_0}$, en fonction de la variable $u = \frac{\Omega}{2\pi} R_0 K$ est représentée sur la fig. (27); u représente le rapport de l'angle solide Ω sous lequel on voit le diaphragme de sortie placé dans le plan de localisation des franges, à l'angle solide $\Omega_0 = \frac{2\pi}{R_0}$, K étant un facteur égal à 1 dans le cas du Fabry-Perot, égal aussi à 1 en général dans le cas des spectromètres à

transformation de Fourier et du SISAM, mais susceptible dans certains montages dits "compensés" (24), de prendre des valeurs supérieures.

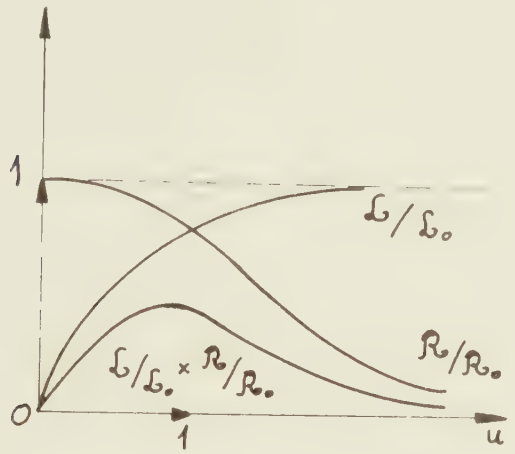


fig 27

On voit que la différence essentielle entre ce type de spectromètres et les spectromètres à fentes est que la luminosité $\mathcal{L}$ tend assez rapidement vers une constante $\mathcal{L}_0$ et donc que le produit $\frac{\mathcal{L}}{\mathcal{L}_0} \times \frac{R}{R_0}$ passe par un maximum pour u voisin de 1, qui représente donc la meilleure condition d'utilisation de ces spectromètres ; en effet, si l'on s'écarte de cette valeur pour u, la perte sur l'un des rapports $\frac{\mathcal{L}}{\mathcal{L}_0}$ ou $\frac{R}{R_0}$ est très supérieure au gain obtenu sur l'autre.

Dans ces spectromètres on doit donc pour une résolution R_0 donnée travailler à une résolution R et une luminosité $\mathcal{L}$ imposées par la condition $u = 1$, c'est-à-dire $\boxed{\Omega R_0 = 2\pi}$ pour les systèmes non compensés. Pour cette valeur, $u = 1$, on a sensiblement $\frac{R}{R_0}$ et $\frac{\mathcal{L}}{\mathcal{L}_0}$ voisins de 0,8.

4.1.3 : Comparaison des spectromètres à fentes et des spectromètres interférentiels.

On peut comparer assez facilement les angles solides susceptibles d'être utilisés dans ces deux types de spectromètres travaillant à la même résolution effective R :

pour le spectromètre à fentes :

$\Omega_F = \alpha \times \beta$ où $\alpha = \alpha_0 \times \frac{R_0}{R} = \frac{1}{R} \sigma \frac{d\alpha}{d\sigma}$ ($\frac{d\alpha}{d\sigma}$: pouvoir dispersif du prisme ou du réseau)

pour le spectromètre interférentiel :

$\Omega_I = 1{,}6\ \pi \times \frac{1}{R}$,

d'où le gain d'angle solide du spectromètre interférentiel par rapport au spectromètre à fentes :

$$G_\Omega = \frac{\Omega_I}{\Omega_F} = \frac{1{,}6\ \pi}{\beta} \times \sigma \frac{d\alpha}{d\sigma} .$$

Avec un spectromètre à réseau, on peut atteindre $\sigma \frac{d\alpha}{d\sigma} \simeq 1$, et l'on a couramment $\beta \simeq 5.10^{-2}$ si bien que G_Ω est facilement de l'ordre de 100. Pour calculer le gain d'étendue, il faut évidemment dans chaque cas faire intervenir la surface de la pupille de sortie du système ainsi que la transparence de l'appareil.

4.2. Comparaison de l'étendue du S.I.M.S. à celle des autres spectromètres interférentiels.

4.2.1. Cas où les aberrations de l'objectif n'interviennent pas.

Dans ces conditions, l'étendue du S.I.M.S. est égale à :

$$U = \frac{\pi^2 \rho^2 R_G^2}{F^2} \quad \text{et l'on peut prendre} \quad \rho = r - \frac{I}{2}.$$

Soit R_M la résolution maximum : $R_M = \frac{4 R_G r}{\lambda F}$.

d'où $U = \frac{\pi^2 r^2 R_G^2}{F^2} \left(1 - \frac{R}{R_M}\right)^2$.

Si l'on considère un spectromètre interférentiel présentant la même surface de pupille de sortie $S = \pi r^2$ que le S.I.M.S. donc d'étendue :

$$U_1 = S \cdot \frac{1,6\,\pi}{R}$$

le gain $G = \frac{U}{U_1} = 0,6 \frac{R_G^2}{F^2} R \left(1 - \frac{R}{R_M}\right)^2$ en fonction de R sur la fig. (28) pour plusieurs valeurs de $\frac{R_G}{F}$.

Pour que le maximum de G soit supérieur à 1 il faut, en prenant par exemple $\lambda = 0,5\,\mu$ et $r = 25\,mm$, que

$$\frac{R_G}{F} > 4.10^{-2}$$

Les interféromètres que nous mettrons en œuvre permettent d'atteindre des angles de champ plus importants, par exemple avec le Sagnac : $\frac{R_G}{F} \simeq 6.10^{-2}$, ce qui procure un gain maximum de 3,3. Avec un interféromètre biréfringent, on peut atteindre des valeurs de l'ordre de 4.10^{-1}, ce qui procurerait un gain $G = 10^3$. Cependant, une telle valeur

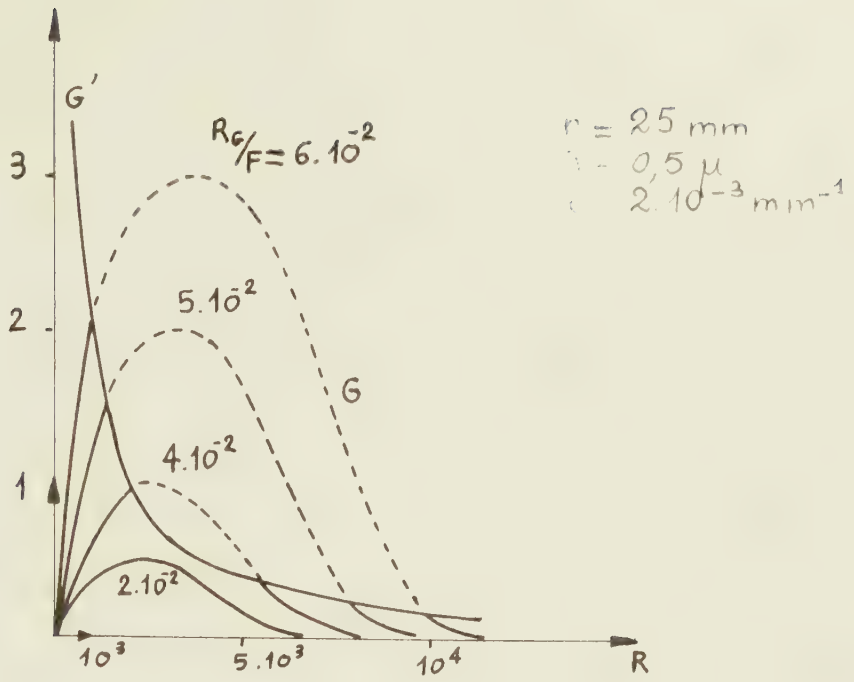


fig. 28

de l'angle de champ est difficilement exploitable du fait des aberrations de l'objectif.

4.2.2. Cas où ρ est limité par les aberrations.

Nous avons vu qu'avec un doublet l'aberration de courbure de champ était prédominante. Si l'on se place dans ce cas, le rayon ρ de la source doit être limité à la valeur :

$$\rho = \frac{4}{3}\frac{\lambda F^2}{CTR_a^2}.$$

Dans ces conditions, l'étendue du S.I.M.S. est égale à :

$$U = \frac{\pi^2 \rho^2 R_a^2}{F^2} = \frac{70}{C^2 R^2}$$

et le gain d'étendue par rapport à un spectromètre interférentiel devient : $G' = \frac{14}{S C^2 R}$ soit, en posant $S = \pi r^2$

$G' = \frac{4,5}{r^2 C^2 R}$. Ce gain est représenté sur la fig. (28).

On voit donc qu'en présence d'aberration si l'on augmente la résolution en augmentant le dédoublement T le gain du S.I.M.S. par rapport à un spectromètre interférentiel commence à croître jusqu'à l'intersection des courbes représentatives de G et G' puis décroît ensuite très fortement. Ce point d'intersection correspond à une résolution d'autant plus basse que R_G est grand. Dans le cas du doublet caractérisé par $r = 25$ mm, $F = 500$ mm et $C = 5,4.10^{-3}$, G' sera supérieur à 1 si $R < 200$, dans ce cas le S.I.M.S. n'aura une étendue supérieure aux spectromètres interférentiels qu'aux basses résolutions. Cependant G' croît comme $\frac{1}{C^2}$; il en serait de même si l'on considérait l'astigmatisme. G' serait alors proportionnel à $\frac{1}{a^2}$. On voit donc qu'il est très important de corriger les aberrations de champ afin de pouvoir profiter de la grande étendue de ce dispositif.

CHAPITRE IV
Etude de différents interféromètres utilisables dans le S.I.M.S.

Nous avons admis, dans la première partie, que l'interféromètre utilisé devait donner d'une source deux images se déduisant l'une de l'autre par translation afin d'obtenir des franges rectilignes de contraste unitaire quelle que soit l'étendue de la source. Nous avons été conduits à utiliser cette hypothèse de travail en recherchant l'étendue maximum dans les interféromètres (25) et c'est cette étude que je rappellerai préalablement.

IV. 1. Recherche de l'étendue maximum dans les interféromètres.

1.1. Recherche théorique :

P. Jacquinot a montré (26) que, pour augmenter l'étendue d'un interféromètre, il faut nécessairement avoir un partage de luminance c'est-à-dire que les deux vibrations qui interfèrent doivent provenir d'une même vibration incidente sur l'interféromètre, ce qui s'obtient simplement en utilisant une lame semi-réfléchissante. Cette condition n'est suffisante que si les franges sont localisées à l'infini. Pour le démontrer, on peut considérer un interféromètre (I) à deux voies stigmatiques, produisant un phénomène

d'interférences au voisinage d'un point M, S_0 étant une source ponctuelle monochromatique. (fig. (29))

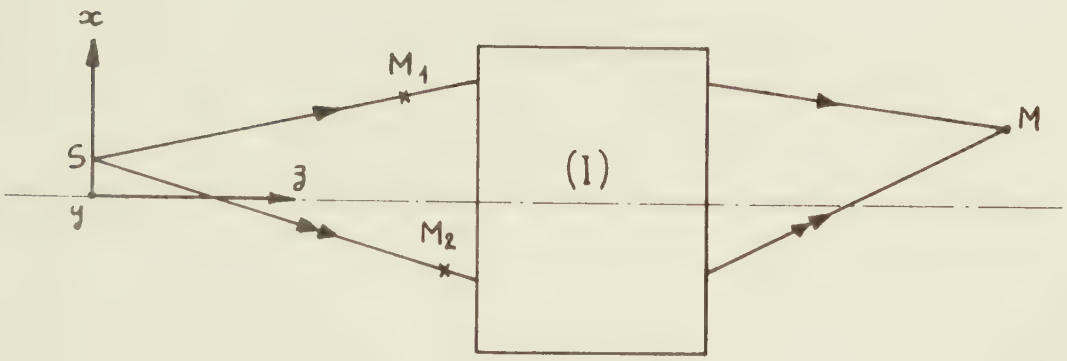


fig. 29

L'espace objet est muni d'un repère (S_0, x, y, z) où les conjugués M_1, M_2 d'un point $M(x, y, z)$ de l'espace image auront les coordonnées (x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2).

La différence de marche des vibrations issues de S en M s'écrit:

$$\Delta = SM_1 - SM_2 + (M_1M) - (M_2M).$$

L'hypothèse faite sur le stigmatisme des deux voies de l'interféromètre entraîne que $(M_1M) - (M_2M)$ est indépendant de S.

La recherche des variations de Δ en fonction de $S(x_0, y_0, 0)$ revient à celle des variations de

$$\delta = SM_1 - SM_2 = \sqrt{(x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2 + z_1^2} - \sqrt{(x_0 - x_2)^2 + (y_0 - y_2)^2 + z_2^2}$$

Lorsque S décrit le plan $z = 0$, on peut écrire :

$$\delta(x_0, y_0) = \delta(0,0) + \left[x_0 \frac{\partial \delta}{\partial x_0}(0,0) + y_0 \frac{\partial \delta}{\partial y_0}(0,0) \right] + \frac{1}{2}\left[x_0^2 \frac{\partial^2 \delta}{\partial x^2}(0,0) + \cdots \right] + \cdots$$

On est donc amené à faire les hypothèses suivantes:

1.1.1: Le premier ordre du développement précédent n'est pas identiquement nul, c'est-à-dire $\frac{\partial \delta}{\partial x_0}(0,0)$ et $\frac{\partial \delta}{\partial y_0}(0,0)$ ne sont pas tous les deux nuls.

Il n'existe aucune relation entre les coordonnées de M; le phénomène d'interférence n'est pas localisé et, dans ce cas, l'étude de la visibilité des franges est un problème classique qui conduit au théorème de Van Cittert-Zernike (27)(28): cette visibilité est liée à la transformée de Fourier de la répartition d'intensité dans la source.

1.1.2: Le premier ordre est identiquement nul;

$$\frac{\partial \delta}{\partial x_0}(0,0) = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial \delta}{\partial y_0}(0,0) = 0.$$

Sans expliciter ces dérivées, on peut remarquer qu'elles ne sont fonctions que des coordonnées de M_1 et M_2, donc que des coordonnées de $M(x,y,z)$. Ces deux conditions peuvent donc se mettre sous la forme

$$(1) \begin{cases} H_1(x,y,z) = 0 \\ H_2(x,y,z) = 0 \end{cases}$$

On voit donc que, dans ce cas, les interférences seront localisées au voisinage de la courbe définie par le système (1). Elles ne seront localisées sur une surface que si les équations $H_1 = 0$ et $H_2 = 0$ représentent la

même surface.

Si l'on écrit : $\frac{\partial \delta}{\partial x_0}(0,0) = 0$ et $\frac{\partial \delta}{\partial y_0}(0,0) = 0$, on trouve

$$\frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}} = \frac{x_2}{\sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

et $$\frac{y_1}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}} = \frac{y_2}{\sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

ce qui entraîne que M_1, M_2 et S_0 doivent être alignés. On voit donc que, si $\delta(x_0, y_0) = \delta(0,0)$ au second ordre près, les interférences seront visibles aux points M, intersections de deux rayons émergents provenant du même rayon incident, on retrouve là un résultat connu de la localisation des franges d'interférence et la condition nécessaire énoncée ci-dessus ; mais le contraste des franges dépend au second ordre du développement de $\delta(x_0, y_0)$ et la source ne peut être infiniment étendue.

Le lieu du point M déterminé ci-dessus peut être retrouvé en procédant de la façon suivante :

L'ensemble des rayons lumineux issus de S_0 (faisceau de droites) dépend de deux paramètres. Les deux rayons émergents correspondant à un rayon incident issu de S_0 dépendent des mêmes deux paramètres que celui-ci. On impose aux deux rayons émergents de se couper, ce qui implique que les coordonnées de leur point d'intersection ne dépendent plus que

d'un paramètre. Ce point appartient donc à une courbe. Il ne pourra décrire une surface que si la condition d'intersection n'a pas lieu d'être imposée, c'est-à-dire si les deux rayons émergents correspondant à un même rayon incident se coupent quel que soit ce rayon issu de S_0. Nous allons déterminer dans quelles conditions ceci se produit.

Soit D_0 le rayon incident et D_1 et D_2 les rayons émergents. — Si les deux voies de l'interféromètre ne comportent que des miroirs plans, D_1 et D_2 se déduiront de D_0 par deux déplacements ou anti-déplacements T_1 et T_2 ; donc D_2 sera le transformé de D_1 par le produit $T_2 \circ T_1^{-1} = T_2 \circ T_1$ (le principe du retour inverse de la lumière impose $T_1 = T_1^{-1}$) qui est un déplacement. Dans le cas le plus général (déplacement hélicoïdal) D_1 et D_2 ne peuvent être concourantes quel que soit D_0. Le seul cas possible est celui où $T_2 \circ T_1$ se réduit à une translation : D_1 et D_2 se coupent alors à l'infini quel que soit D_0, les franges sont alors localisées à l'infini, sur une surface. Nous étudierons ce phénomène plus en détail dans le paragraphe suivant. Si S_0 est à l'infini, l'ensemble des rayons D_0 sont parallèles et, si un couple D_1 et D_2 se coupe à distance finie, il en sera de même pour tous les couples; la localisation

se fait alors sur une surface.

— Si les deux voies comportent des systèmes focaux, le seul cas qui semble satisfaire aux conditions de ce problème est celui d'un interféromètre ayant un axe de révolution, le point S_0 étant sur l'axe et les rayons D_0, D_1 et D_2 étant dans le même plan méridien.

En conclusion, si l'on utilise dans le SIMS un interféromètre fournissant des franges rectilignes localisées à distance finie (coin d'air, système biréfringent !), la différence de marche dépendant au second ordre près des coordonnées d'un point de la source, on sera conduit, en ce qui concerne la luminosité et la résolution, à la même relation de dépendance $\Omega R_0 = 2\pi$ (Ω étant l'angle solide sous lequel on voit la source et R_0 la résolution théorique) que pour les autres spectromètres interférentiels.

1.1.3: Le premier et le second ordre du développement de $\delta(x_0, y_0)$ sont identiquement nuls:

$$x_0 \frac{\partial \delta}{\partial x_0}(0,0) + y_0 \frac{\partial \delta}{\partial y_0}(0,0) + \frac{1}{2}\left[x_0 \frac{\partial \delta}{\partial x_0}(0,0) + y_0 \frac{\partial \delta}{\partial y_0}(0,0)\right]^{(2)} = 0 \,, \quad \forall x_0 \text{ et } \forall y_0$$

$\delta(x_0, y_0)$ est égal à $\delta(0,0)$ au troisième ordre près, c'est-à-dire que les termes du premier et du deuxième ordre sont identiques à zéro; cela impose que les dérivées premières et secondes de

$\delta(x_0, y_0)$ par rapport à x_0 et y_0 sont nulles en $x_0 = 0$ et $y_0 = 0$. Le calcul montre alors que M_1 et M_2 doivent être non seulement alignés avec S_0 mais de plus confondus.

Dans ces conditions.

$$\delta(x_0, y_0) = SM_1 - SM_2 = 0$$

$\Delta = (M_1M) - (M_2M)$ est indépendant de x_0 et de y_0, la source pourra être aussi large que l'on voudra.

_ L'identité de M_1 et M_2 quel que soit M implique que, si M et M_1 ne sont pas tous deux à l'infini, les deux voies de l'interféromètre ont les mêmes éléments de réduction. En général, on aura alors un phénomène d'interférences uniformes non localisées (29).

_ Si M et M_1 (donc aussi M_2) sont à l'infini, l'interféromètre est composé de deux voies afocales d'axes parallèles et de même grandissement angulaire. De tels systèmes donnent d'un objet deux images qui se déduisent l'une de l'autre par une translation de vecteur double du vecteur directeur de la translation qui fait coincider les deux systèmes afocaux. Si l'on appelle $\vec{T}$ le vecteur directeur de cette translation et $\vec{u}$ le vecteur unitaire de la direction du point M à l'infini, la différence de marche, en M, sera $\Delta = \vec{T} \cdot \vec{u}$.

On peut donc obtenir des franges rectilignes de contraste unitaire quelle que soit l'étendue de la source si $\vec{T}$ est perpendiculaire à l'axe du système.

1.1.4: Conclusion: La recherche des interféromètres trouvant à accepter une source aussi large que l'on veut revient donc à rechercher un dispositif qui fournit d'un rayon incident deux rayons émergents se déduisant par translation transversale. Ce qui peut s'obtenir :

- soit avec des systèmes afocaux dioptriques identiques composant chacune des deux voies de l'interféromètre ;
- soit avec des miroirs ou ensembles de miroirs ;
- soit avec des systèmes biréfringents.

1.2: Conséquences pratiques:

Nous n'avons pas retenu les systèmes afocaux dioptriques qui sont plus difficiles à réaliser que les systèmes d'ensembles de miroirs plans d'autant qu'ils n'apportent, par rapport à ces derniers, aucun avantage supplémentaire. Nous avons donc axé notre recherche d'une part sur les interféromètres à miroirs, d'autre part sur les interféromètres biréfringents.

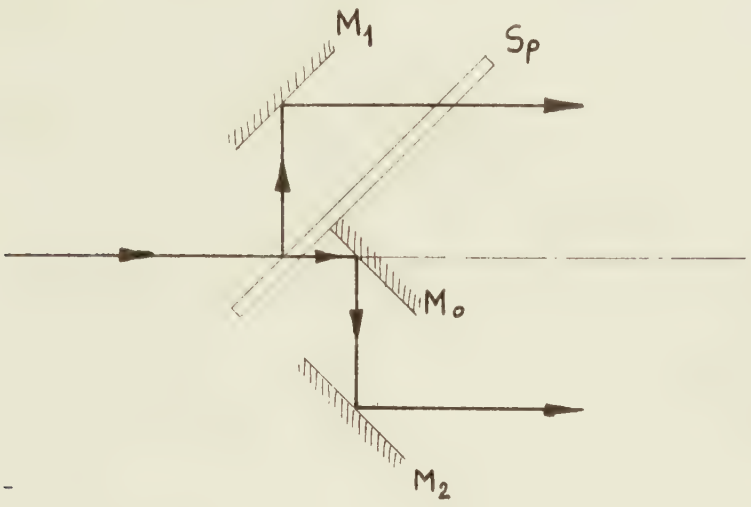
1.2.1: Interféromètres à miroirs:

Il s'agit donc, dans ce cas, de rechercher deux voies telles que $T_1 \circ T_2$ soit une translation transversale.

De nombreux interféromètres permettent d'aboutir à ce résultat et on peut citer les exemples suivants :

α) Cette translation est obtenue comme produit de deux translations de vecteurs directeurs symétriques par

rapport à l'axe du système. Cet interféromètre a été suggéré par Prat (30), puis, sous une forme un peu différente, mis en œuvre par Cagnet et Sabater : fig (30)



Cet interféromètre est particulièrement adapté au dédoublement important qui peut être rendu variable par translation de l'ensemble lame semi-réfléchissante - miroir M_0.

β) Cette translation est obtenue par le produit de deux symétries par rapport à deux droites parallèles ou par rapport à deux points ; c'est le cas lorsque, dans l'interféromètre de Michelson, on remplace les miroirs plans soit par deux dièdres droits soit par deux trièdres trirectangles ou encore également par deux systèmes "œil de chat".

γ) Cette translation est obtenu par le produit de deux rotations (Δ_1, α) et $(\Delta_2, -\alpha)$ dont les axes Δ_1 et Δ_2 sont parallèles, comme c'est le cas dans l'interféromètre

de Sagnac (31) qui comprend (fig (31)) deux miroirs plans et une lame séparatrice (éventuellement une lame compensatrice), interféromètre qui sera décrit dans le détail au paragraphe suivant.

1.2.2: Interféromètres biréfringents

Une solution intéressante est également apportée par les systèmes biréfringents, en particulier lorsque l'on n'a besoin que de faibles dédoublements, donc de faibles résolutions ; par exemple, l'association de prismes de Wollaston identiques pour l'obtention de franges rectilignes à l'infini, ou de prismes de Wollaston d'épaisseurs différentes pour l'obtention de franges à distance finie, comme cela a été indiqué par Nomarski (32) fournissent des solutions simples pour la réalisation de l'interféromètre constituant le SIMS.

V.2. Etude de l'interféromètre de SAGNAC :

2.1: Principe

Parmi les interféromètres à miroirs énumérés ci-dessus, nous avons opté pour l'interféromètre de SAGNAC pour les raisons suivantes :

- C'est un interféromètre facile à réaliser et à régler ; il ne comporte en effet que deux miroirs plans et une lame semi-réfléchissante associée éventuellement à une lame compensatrice.
- Il est peu sensible aux vibrations et à d'éventuelles différences

d'indice accidentelles sur les deux parcours qui sont voisins.
— Le balayage spectral s'obtient simplement par variation continue du dédoublement T en faisant translater un des deux miroirs.

Si on considère un triangle ABC — fig (31) — l'interféromètre comprend deux miroirs M_1 et M_2 plans perpendiculaires au plan du triangle et dont les traces dans ce plan sont respectivement les bissectrices extérieures des angles B et C, la surface plane semi-réfléchissante S_p est également perpendiculaire au plan du triangle et sa trace est la bissectrice intérieure de l'angle A.

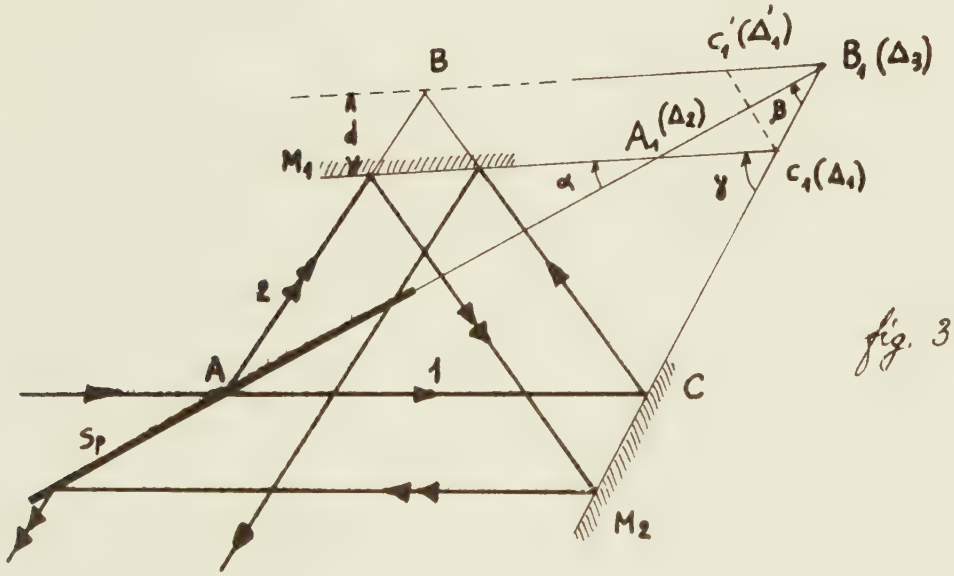


fig. 31

Supposons que le miroir M_1 ait subi une translation d dans une direction normale à son plan. Nous nous proposons de déterminer, dans ces conditions, le vecteur qui définit le dédoublement par translation

Un rayon lumineux, suivant le chemin (1), subit deux réflexions successivement sur M_2 et M_1, le rayon émergent se déduit donc du rayon incident par une rotation autour de l'axe Δ_1 passant par C_1 perpendiculaire au plan du triangle et d'angle 2γ. Cette rotation sera notée

$$R(\Delta_1, 2\gamma).$$

Le rayon lumineux suivant le chemin (2) subit quatre réflexions successivement sur S_p, M_1, M_2 et S_p. Le rayon émergent correspondant se déduit du rayon incident par le produit de deux rotations d'axes parallèles Δ_2 et Δ_3 perpendiculaires au plan du triangle, axes passant respectivement par A_1 et B_1, les angles des rotations étant égaux à 2α et 2β. Nous pouvons noter ce produit de rotations :

$$R(\Delta_3, 2\alpha) \circ R(\Delta_2, 2\beta).$$

Ce produit de rotations est équivalent à une rotation d'axe Δ'_1 symétrique de Δ_1 par rapport à AB et d'angle $2(\alpha+\beta)$ donc :

$$R(\Delta_3, 2\alpha) \circ R(\Delta_2, 2\beta) = R\left(\Delta'_1, 2(\alpha+\beta)\right).$$

Les deux rayons émergents provenant du même rayon incident se déduisent donc l'un de l'autre par le produit de rotation

$$R(\Delta_1, 2\gamma) \circ R(\Delta'_1, -2\gamma) \quad \text{car} \quad \alpha+\beta = \gamma.$$

Or le produit de deux rotations d'axes parallèles

et d'angles opposés est équivalent à une translation. On peut montrer que cette translation est perpendiculaire à A B donc transversale si l'axe du faisceau émergent coïncide avec A B, le module du vecteur translation étant égal à $\|\vec{T}\| = 4\,d \sin\frac{\beta}{2}$ et cela quelle que soit la géométrie du triangle A B C.

Il reste maintenant à définir la géométrie du triangle A B C permettant, pour un dédoublement donné, d'obtenir l'étendue géométrique maximum.

2.2. Recherche de la géométrie optimum du Sagnac :

Sans restreindre la généralité de l'étude, on peut prendre le triangle A B C isocèle avec les angles B et C égaux et l'on se propose de déterminer l'angle A qui permette à l'interféromètre d'accepter l'angle solide le plus grand possible. Pour cela, considérons - fig. (32) - un tel interféromètre éclairé par un faisceau convergent s'appuyant sur la lame séparatrice et convergent, à la sortie de l'interféromètre, au point **D**, projection de l'extrémité A' de la séparatrice sur l'axe du système. On se rend compte, sur cette figure, que le faisceau va être limité par l'autre extrémité A'' de la lame séparatrice (on considère celle-ci comme étant infiniment mince.) Le demi-angle maximum admissible sera donc défini par l'axe du système et le rayon issu de A, passant

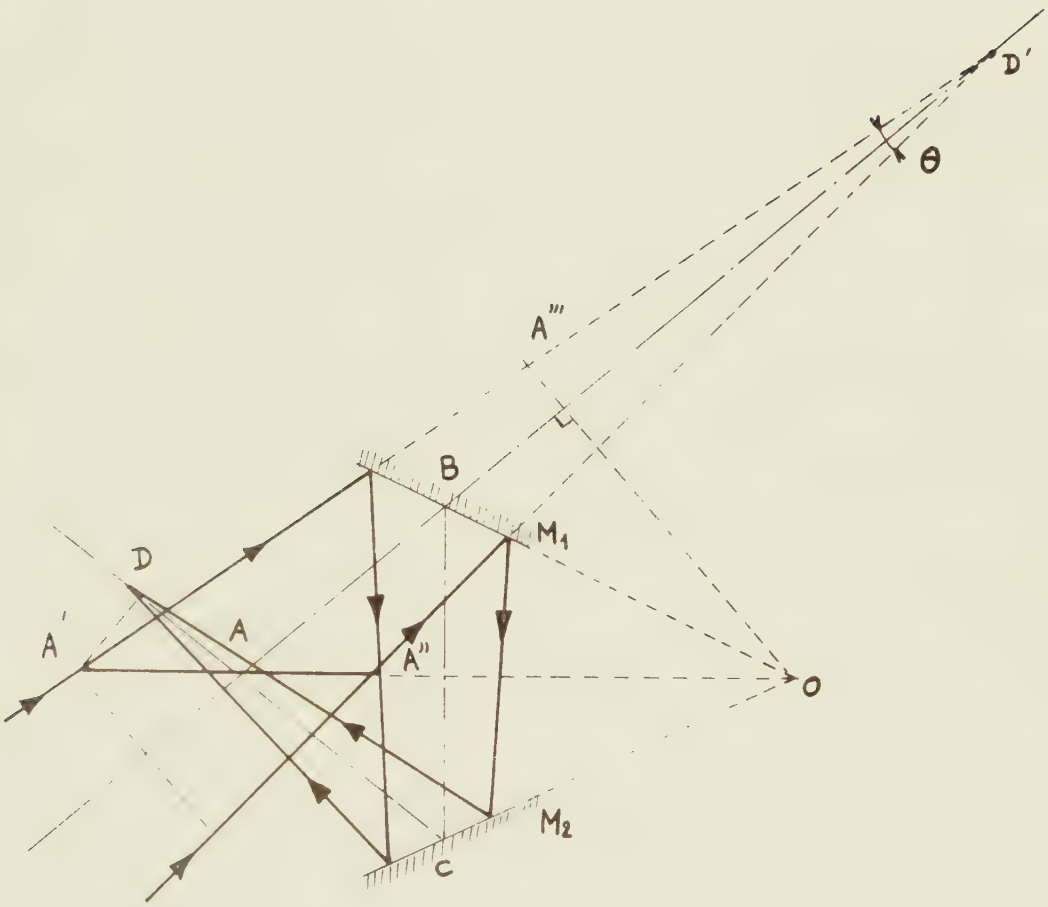


fig 32

par A'' après réflexion sur M_1 et convergent en D. Pour rechercher la géométrie optimum de l'interféromètre, on peut se donner a priori la trace du faisceau A'A''D' d'angle au sommet θ et déterminer le point A'' tel que OA'' soit égal à OA''' (A''' image de A'' dans M_1 est tel que OA'' est perpendiculaire à l'axe du système) pour que l'interféromètre soit entièrement déterminé.

Le calcul montre que l'angle θ maximum susceptible d'être utilisé est égal à 2.10^{-1} radian et correspond à un triangle isocèle rectangle.

Il faut remarquer cependant que l'épaisseur de la lame semi réfléchissante contribuera à diminuer l'angle θ sauf si l'on adopte la disposition indiquée sur la fig. (33).

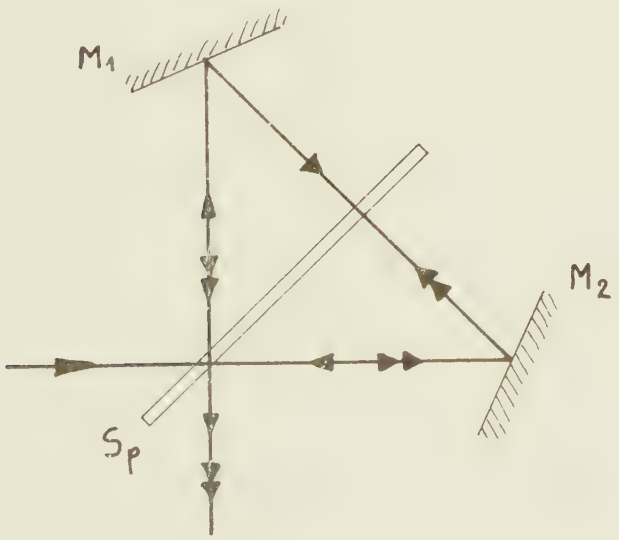


fig 33

2.3 : Nécessité de la lame compensatrice :

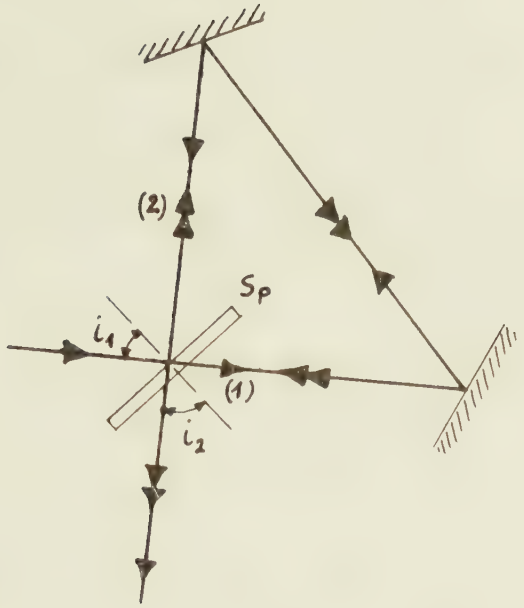
La lame séparatrice est traversée deux fois par les rayons qui cheminent suivant la voie (1) comme par les rayons

qui cheminent suivant la voie (2) - fig. (34.a) Mais ces différentes traversées ne se font pas sous la même incidence sauf pour les rayons parallèles à l'axe. En effet, les rayons (2) traversent la lame deux fois sous l'incidence i_2, les rayons (1) la traversent une fois sous l'incidence i_1 et une fois sous l'incidence i_2. Les deux rayons qui émergent parallèlement transportent des vibrations qui présentent donc entre elles la différence de marche :

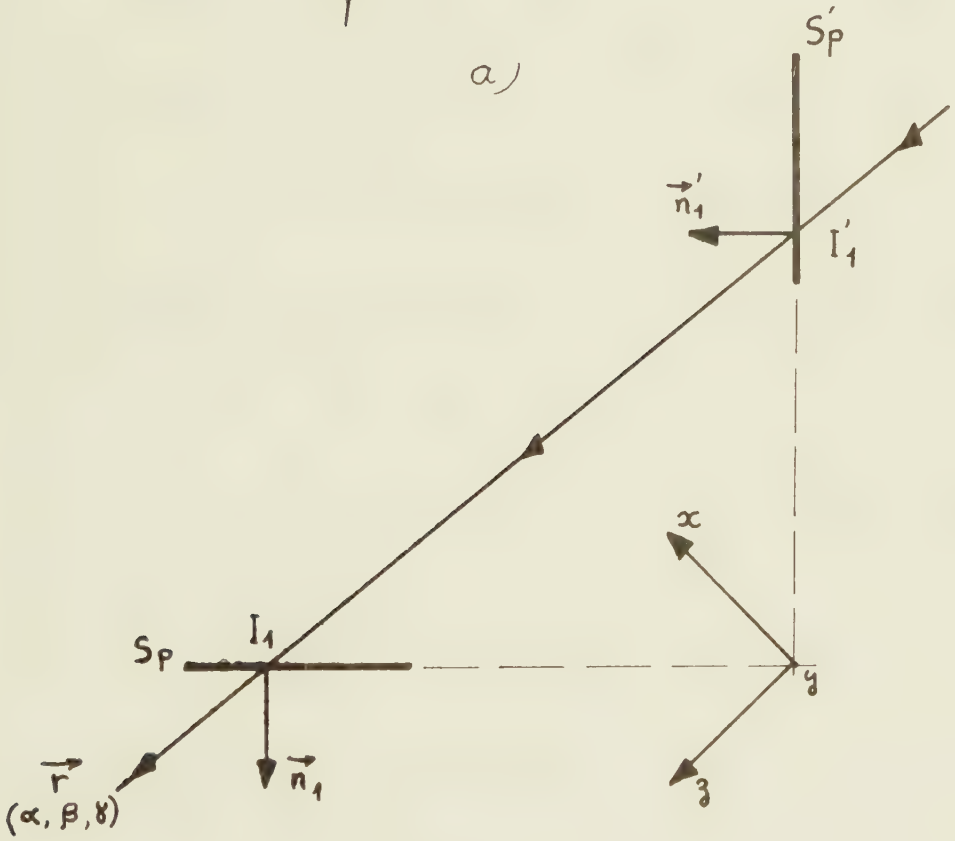
$$\delta = T\alpha + e[n\cos r_1 - \cos i_1] - e[n\cos r_2 - \cos i_2]$$

Le premier terme $T\alpha$ représentant la différence de marche introduite par le dédoublement T dans la direction de cosinus directeurs (α, β, γ); les deux derniers termes représentent la différence de marche introduite par la lame séparatrice d'épaisseur e. Pour calculer i_2 et i_1 en fonction des cosinus directeurs α, β, γ, on peut "déplier" l'interféromètre par rapport à un observateur se trouvant dans l'espace image et considérer l'image S'_p de la lame séparatrice S_p ; S'_p et S_p sont orthogonales si le triangle de base de l'interféromètre de Sagnac est isocèle rectangle. Un rayon lumineux $\vec{r}$ coupe S'_p en I'_1

et S_p en I_1 - fig. (34.b) -



a)



b)

fig 34

. Soient $\vec{n}_1$ et $\vec{n}'_1$ les normales à S_p et S'_p en I_1 et I'_1. Ces deux vecteurs unitaires ont comme composantes dans le repère x, y, z représenté sur la figure (où le plan $z=0$ est bissecteur du dièdre formé par S_p et S'_p) :

$$\vec{n}_1\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \qquad \vec{n}'_1\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

d'où $\cos i_1 = \vec{n}_1 \vec{r} = \frac{1}{\sqrt{2}}(-\alpha + \gamma)$

$\cos i'_1 = \vec{n}'_1 \vec{r}' = \frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha + \gamma)$

On peut, à partir de ces équations, calculer également $n \cos r_1$ et $n \cos r'_1$ et l'on trouve, tout calcul fait :

$$\delta = \left\{ T + \sqrt{2}\, e \left(1 - \frac{\gamma}{\sqrt{2n-1}}\right)\right\} \alpha$$

Soit, en exprimant γ en fonction de α et β petits devant l'unité $\gamma \simeq 1 - \frac{\alpha^2+\beta^2}{2}$

$$\delta = \left[T + \sqrt{2}\, e\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2n^2-1}}\right) + \frac{\sqrt{2}}{2}\, e\, \frac{\alpha^2+\beta^2}{\sqrt{2n^2-1}}\right] \alpha .$$

Le dédoublement n'est donc plus achromatique puisqu'il est fonction de l'indice n de la lame, ce qui exige donc un étalonnage préalable du spectromètre. D'autre part, il est fonction du point du champ d'interférence par le terme $\delta_a = \frac{\sqrt{2}}{2}\, e\, \frac{(\alpha^2+\beta^2)\alpha}{\sqrt{2n^2-1}}$; ceci est équivalent à une aberration de distorsion non achromatique que l'on ne pourra donc pas parfaitement compenser en réalisant la grille avec une source monochromatique de longueur d'onde λ_0.

Si l'on a effectivement réalisé la grille avec une longueur d'onde λ_0, longueur d'onde pour laquelle l'indice de la lame est n_0, il est nécessaire lorsque l'on analyse une longueur d'onde λ que :

$\frac{1}{\lambda_0}\delta_a(\lambda_0) - \frac{1}{\lambda}\delta_a(\lambda) \leqslant \frac{1}{4}$ pour que l'effet de δ_a soit négligeable,

soit. $\frac{\sqrt{2}}{2} e(\alpha^2+\beta^2)\alpha\left[\frac{1}{\lambda_0\sqrt{2n_0^2-1}} - \frac{1}{\lambda\sqrt{2n^2-1}}\right] \leqslant \frac{1}{4}$.

la partie entre crochets peut s'écrire, en posant $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$,

$$\frac{1}{\lambda^2\sqrt{2n^2-1}}\left(1 + \frac{2n}{2n^2-1}\,\lambda\frac{\partial n}{\partial\lambda}\right)\Delta\lambda .$$

or $\frac{2n}{2n^2-1}\lambda\frac{\partial n}{\partial\lambda}$ est petit devant 1 pour pratiquement tous les verres, et une valeur moyenne de $\frac{1}{\lambda^2\sqrt{2n^2-1}}$ est, en prenant $\lambda = 0{,}5\mu$ et $n = 1{,}6$, égale à $1{,}97\,\mu^{-2}$.

Il faut donc que :

$$\frac{\sqrt{2}}{2} e(\alpha^2+\beta^2)\alpha \times 1{,}97\,\Delta\lambda \leqslant 0{,}25$$

soit, en prenant $(\alpha^2+\beta^2)\alpha \simeq 10^{-3}$ $\quad e = 20$ mm.

$$\Delta\lambda = 100\ \text{Å}$$

Il faudrait donc, en l'absence de lame compensatrice, réduire à 100 Å l'intervalle spectral de la source utilisée pour réduire l'influence de la distorsion chromatique introduite par la lame semi réfléchissante. Lorsque l'on veut étudier des spectres s'étendant sur plusieurs centaines d'angströms, on est donc obligé d'équiper le Sagnac d'une lame compensatrice.

2.4 : Tolérances optiques et mécaniques :

L'expérience a montré qu'une précision de $\frac{\lambda}{4}$ tant sur la planéité des lames et des miroirs que sur les variations d'épaisseur des lames semi réfléchissante et compensatrice permettait d'obtenir un bon contraste sur l'ensemble du champ.

Quant aux tolérances mécaniques à exiger, on conçoit que si, en cours de fonctionnement, c'est-à-dire lorsqu'un miroir se translate afin de faire varier le dédoublement, un des éléments de l'interféromètre tourne autour d'un axe vertical; cela entraîne un déplacement des franges dans le plan de la grille mais sans perte de contraste. De plus, cette rotation des franges qui ne sont plus parallèles aux traits de la grille provoque également une diminution du signal.

Nous allons étudier maintenant de façon détaillée l'effet de ces deux déréglages.

2.4.1 : Effet d'une rotation d'un élément de l'interféromètre autour d'un axe vertical.

Nous allons considérer par exemple la rotation d'angle ε du miroir M_2 autour d'un axe Y' vertical contenu dans son plan et à une distance D de l'axe Y. Suivant la voie (1) on obtient une image S_1' d'un point source S par quatre réflexions successives sur S_p, M_1', M_2', S_p donc par quatre symétries planes dont nous noterons le produit :

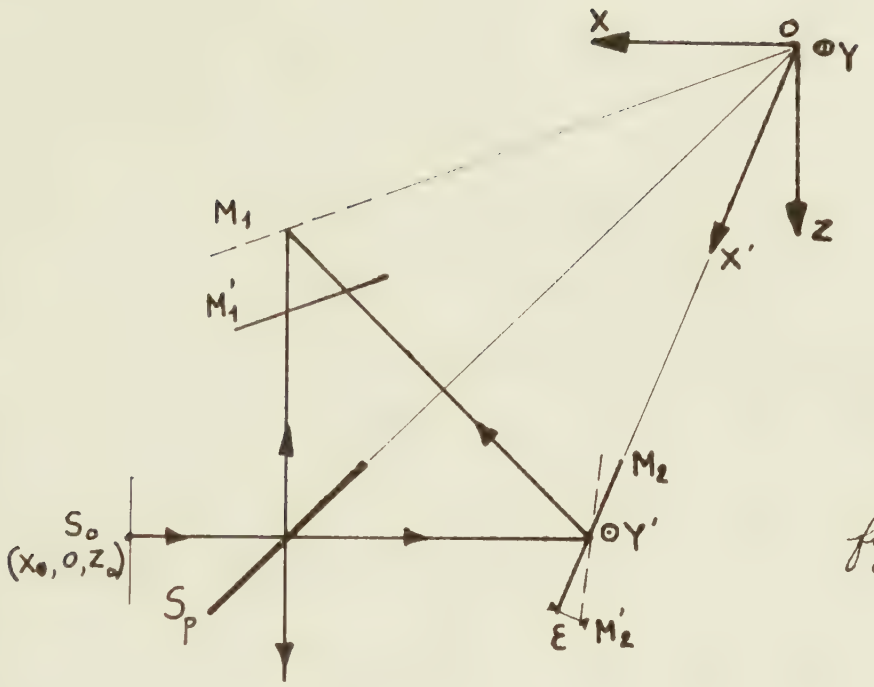


fig. 35

$$\mathcal{T}_1 = S[S_p] \circ S[M'_2] \circ S[M'_1] \circ S[S_p]$$

or M'_1 se déduit de M_1 par la translation T et M'_2 se déduit de M_2 par la rotation $R(Y', \varepsilon)$.

Nous allons faire intervenir cette translation et cette rotation en écrivant que:

$S[M'_1] = S[M'_1] \circ S(M_1) \circ S[M_1]$ car $S(M_1) \circ S(M_1)$ est la transformation identique;

de même $S(M'_2) = S[M_2] \circ S(M_2) \circ S(M'_2)$.

La transformation $\mathcal{T}_1$ s'écrit alors:

$$\mathcal{T}_1 = S[Sp] \circ S(M_2) \circ S(M_2) \circ S(M'_2) \circ S[M'_1] \circ S(M_1) \circ S(M_1) \circ S[S_p].$$

En regardant les symétries deux à deux, $\mathcal{T}_1$ peut se

mettre sous la forme simple :

$$\mathcal{T}_1 = R\left[Y, \frac{\pi}{4}\right] \circ R(Y', 2\varepsilon) \circ T \circ R\left(Y, \frac{\pi}{4}\right)$$

De même l'image S'_2 de S à travers la voie (2) se déduit de S par la transformation.

$$\mathcal{T}_2 = T \circ R\left(Y, \frac{\pi}{2}\right) \circ R(Y', 2\varepsilon).$$

On peut donc facilement calculer les coordonnées de S'_1 et de S'_2 en fonction des coordonnées de S dans le repère O, X, Y, Z en utilisant les matrices de rotation et de translation et ainsi calculer les composantes de $\overrightarrow{S'_2\ S'_1}$.

On trouve en se limitant au premier ordre en ε :

$$\overrightarrow{S'_2\ S'_1} \begin{cases} 4\,d \sin\frac{\pi}{8} + 4\varepsilon\left[d\cos\frac{\pi}{8} - D\sin\frac{\pi}{8}\right] \\ 0 \\ -4\varepsilon\, d \sin\frac{\pi}{8} \end{cases}$$

On constate que les composantes de $\overrightarrow{S'_1\ S'_2}$ sont toujours indépendantes des coordonnées de S ; on pourra donc encore avoir des franges de contraste 1 quelle que soit l'étendue de la source, mais le dédoublement n'est plus transversal, ce qui provoque un déplacement des franges par rapport à la grille perpendiculairement à leur direction, soit un déplacement angulaire de l'ordre de ε dans l'hypothèse où :

$4\varepsilon\left[d\cos\frac{\pi}{8} - D\sin\frac{\pi}{8}\right]$ est petit devant $4\,d\sin\frac{\pi}{8}$.

Si l'on veut que ce déplacement soit plus petit que l'interfrange, il est nécessaire que $\varepsilon < \frac{\lambda}{T} = \frac{2\theta}{R}$.

Soit, pour une résolution de 1000 et un angle de champ de $1,2\,10^{-1}$ rd, ε doit être inférieur à 0,5'. Or cette tolérance n'est pas sévère lorsque l'on doit effectuer des translations de quelques centimètres et que l'on utilise pour obtenir cette translation le glissement du support du miroir sur deux rails cylindriques rectifiés.

D'autre part, le module du dédoublement dépend également de ε, ce qui peut provoquer une erreur dans le repérage des longueurs d'onde. On commet une erreur relative : $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\Delta T}{T} = \frac{D}{d}\varepsilon$ en supposant $D \sin\frac{\pi}{8} \gg d\cos\frac{\pi}{8}$

Si l'on veut que $\Delta\lambda$ soit plus petit que l'intervalle spectral résolu $\delta\lambda = \frac{\lambda}{R}$ il faut donc : $\varepsilon < \frac{d}{RD}$. On peut prendre comme ordre de grandeur $\frac{d}{D} \simeq 10^{-1}$, ce qui nécessite pratiquement la même tolérance que celle calculée ci-dessus.

2.4.2 : Effet d'une rotation autour d'un axe horizontal d'un des composants de l'interféromètre.

On peut considérer par exemple que le miroir M_2 tourne autour de l'axe Ox' d'un angle ε. En appelant M'_1 et M'_2 les nouvelles positions des deux miroirs M_1 et M_2 et en procédant comme nous l'avons fait ci-dessus, on trouve deux images S'_1 et S'_2 d'un point source S qui se déduisent respectivement de S par les transformations :

$$\mathcal{T}_1 = R(Y, \tfrac{\pi}{4}) \circ R(X', 2\varepsilon) \circ T \circ R(Y, \tfrac{\pi}{4})$$

et

$$\mathcal{T}_2 = R(X', 2\varepsilon) \circ T \circ R(Y, \tfrac{\pi}{2}).$$

Ces transformations nous conduisent aux composantes de $\overrightarrow{S_1' S_2'}$, en se limitant au premier ordre en ε, qui sont:

$$\overrightarrow{S_1' S_2'} \quad \begin{cases} 4d \sin \frac{\pi}{8} - \sqrt{2}\,\varepsilon Y \\ (2-\sqrt{2})\varepsilon X + \sqrt{2}\,\varepsilon Z \\ (2-\sqrt{2})\varepsilon Y \end{cases}$$

La différence de marche Δ des vibrations qui interfèrent dans la direction de cos directeurs (avec $\gamma \approx 1$) α, β, γ est donc:

$$\Delta = \left(4d \sin \tfrac{\pi}{8} - \sqrt{2}\,\varepsilon Y\right)\alpha + \left[(2-\sqrt{2})\varepsilon X + \sqrt{2}\,\varepsilon Z\right]\beta + (2-\sqrt{2})\varepsilon Y.$$

Cette expression nous montre d'une part que les franges ont tourné dans leur plan par rapport à la direction qu'elles ont pour $\varepsilon = 0$, et d'autre part que la différence de marche dépendant des coordonnées X, Y, Z de la source va entraîner une perte de contraste de ces franges.

Supposons la source dans un plan $X = X_0$ et telle que:

$|Y| \leqslant \frac{a}{2}$ et $|Z - Z_0| \leqslant \frac{b}{2}$.

Pour que les franges gardent un bon contraste, il est nécessaire que: $\left[(2-\sqrt{2}) - \sqrt{2}\,\alpha\right]\varepsilon \frac{a}{2} \leqslant \frac{\lambda}{4}$ soit, en négligeant $\sqrt{2}\,\alpha$ devant $2-\sqrt{2}$, que $a \leqslant \frac{\lambda}{2(2-\sqrt{2})\varepsilon} \simeq \frac{\lambda}{1{,}2\varepsilon}$.

de même que $\sqrt{2}\,\varepsilon\beta\frac{b}{2} \leqslant \frac{1}{4}$ soit $b \leqslant \frac{\lambda}{2\sqrt{2}\,\beta\varepsilon}$

soit, en prenant $\beta = 10^{-1}$ $\quad b \leqslant \dfrac{\lambda}{0,8\,\varepsilon}$.

Si l'on conservait la même tolérance sur ε (c'est-à-dire : $\varepsilon \simeq 1,2\ 10^{-4}$ rd) que précédemment, cela nous conduirait à des dimensions de la pupille d'entrée, pour $\lambda = 0,5\ \mu$

$$a \simeq 3,6 \text{ mm}$$
$$b \simeq 15 \text{ mm}$$

Dans ce cas, la tolérance sur ε doit donc être beaucoup plus sévère ; en particulier, pour avoir a de l'ordre de 60 mm, il est nécessaire que $\varepsilon \leqslant 10^{-5}$ rad.

Si cette condition est réalisée, le contraste des franges reste bon, mais il n'empêche que ces franges ne seront plus parallèles aux traits de la grille, l'éclairement formé sur celle-ci étant de la forme

$$1 + \cos 2\frac{\pi}{\lambda}\left[4\,d \sin\frac{\pi}{8}\alpha + \left((2-\sqrt{2})X_0 + \sqrt{2}\,Z_0\right)\varepsilon\beta\right]$$

et, pour que la perte de signal soit négligeable du fait de cette inclinaison des franges, il est nécessaire que :

$$\left((2-\sqrt{2})X_0 + \sqrt{2}\,Z_0\right)\varepsilon\beta_0 \leqslant \frac{\lambda}{4} \qquad \beta_0 \simeq 10^{-1}$$

que l'on peut écrire :

$$4 \sin\frac{\pi}{8}\left[\sin\frac{\pi}{8}X_0 + \cos\frac{\pi}{8}Z_0\right]\varepsilon\,\beta_0 \leqslant \frac{\lambda}{4}$$

or : $\sin\dfrac{\pi}{8}X_0 + \cos\dfrac{\pi}{8}Z_0$ représente la distance r de l'origine O au plan perpendiculaire au miroir M_2 passant par le centre de la source. Il est donc nécessaire que cette

distance soit inférieure à $\frac{\lambda}{16 \sin \frac{\pi}{8} \varepsilon B_0}$; dans la mesure où $\varepsilon \simeq 10^{-5}$, on trouve $r \simeq 10$ cm.

En conclusion, la tolérance la plus sévère est exigée par l'effet d'une rotation éventuelle autour d'un axe horizontal, rotation qui entraîne, d'une part, une perte de contraste des franges et, d'autre part, une rotation des franges dont l'importance dépend de la position de la source.

2.4.3 : Effet de la non symétrie optique du Sagnac sur le contraste des franges.

Dans cet interféromètre, un des faisceaux subit deux réflexions sur la lame semi-réfléchissante tandis que le deuxième faisceau subit deux transmissions. D'autre part, les coefficients de réflexion et de transmission pour l'amplitude dépendent de la direction de polarisation de la lumière. Il nous faut, pour calculer l'éclairement dans le champ d'interférences lorsque l'on est en lumière naturelle, considérer que l'on a la superposition de deux phénomènes d'interférences, l'un dû aux vibrations parallèles au plan d'incidence, l'autre aux vibrations perpendiculaires. On supposera, dans ce calcul, que l'incidence air-verre est égale à $\frac{\pi}{4}$.

Pour les vibrations parallèles au plan d'incidence, on

obtient un éclairement :

$$E_1 = \frac{1}{2} E_0 \left[R_1 R'_1 + T_1^2 + 2 T_1 \sqrt{R_1 R'_1} \cos(2\pi\sigma\Delta - \psi_1) \right]$$

et, pour les vibrations parallèles, un éclairement :

$$E_2 = \frac{1}{2} E_0 \left[R_2 R'_2 + T_2^2 + 2 T_2 \sqrt{R_2 R'_2} \cos(2\pi\sigma\Delta - \psi_2) \right].$$

R_1, R_2 : coefficients de réflexion air-métal

R'_1, R'_2 " " verre-métal

ψ_1 et ψ_2 sont égaux à

$$\psi_1 = \varphi_1 + \varphi'_1 - 2\Phi_1 \quad \text{et} \quad \psi_2 = \varphi_2 + \varphi'_2 - 2\Phi_2$$

où φ_1 et φ_2 représentent les déphasages introduits à la réflexion air-métal.

φ'_1 et φ'_2 ceux introduits par les réflexions verre-métal qui se font sous un angle r tel que $\sin\frac{\pi}{4} = n \sin r$.

Φ_2 et Φ'_2 représentent les déphasages lors de la transmission

– Etude de $\psi_1 - \psi_2$

Cette étude permet d'évaluer le décalage des deux systèmes de franges car on conçoit que, si ce décalage est de l'ordre de π, on aura coïncidence des maximums d'un système de franges avec les minimums de l'autre système, et, par conséquent, un brouillage des franges. D'autre part, dans la mesure où cette différence n'est pas trop importante, il faut pouvoir évaluer les variations de ψ_1 ou ψ_2 en fonction de la longueur d'onde car il ne faut pas lors de l'exploration spectrale que les franges se décalent par

rapport à la grille de plus d'une fraction d'interfrange, comme nous le montrerons dans l'étude de la modulation et de la détection du signal.

Un calcul nous a permis de faire cette évaluation pour une couche d'Al de 60 Å d'épaisseur, déposée sur la lame séparatrice, cette épaisseur permettant d'obtenir, comme nous le verrons ci-dessous, le meilleur compromis en ce qui concerne le contraste.

Les calculs faits sont reproduits dans le tableau I.

Déphasage en degrés / λ en Å	φ_1	φ'_1	φ_2	φ'_2	Φ_1	Φ_2	ψ_1	ψ_2	$\psi_1 - \psi_2$
4 000	130,63	114,54	152,26	116,97	23,55	35,78	198,07	197,67	0,40
5 000	137,02	123,46	156,11	126,60	27,45	38,80	205,58	205,11	0,47
6 000	143,10	131,76	159,73	135,12	29,82	40,05	215,22	214,75	0,47
7 000	148,64	139,19	162,95	142,51	30,92	39,95	225,99	225,56	0,43
8 000	153,53	145,72	165,74	148,87	31	38,84	237,25	236,93	0,32

$\psi_1 - \psi_2$ reste inférieur au degré, donc les déphasages n'influent pas sur le contraste des franges. Par contre, lorsque λ varie de 4 000 à 8 000 Å, ψ_1 et ψ_2 varient environ de 40 degrés ce qui correspond à un déplacement de $\frac{1}{10}$ d'interfrange et n'entraîne aucune perte sensible de modulation du signal.

Dans le plan des franges, l'éclairement sera donc égal à:

$$E = E_1 + E_2 = \frac{1}{2} E_0 \left[R_1 R'_1 + R_2 R'_2 + T_1^2 + T_2^2 + 2 \left[T_1 \sqrt{R_1 R'_1} + T_2 \sqrt{R_2 R'_2} \right] \cos (2\pi\sigma\Delta - \Phi) \right]$$

et la transparence de l'interféromètre égale à :

$$\tau = 2 \left[T_1 \sqrt{R_1 R'_1} + T_2 \sqrt{R_2 R'_2} \right].$$

Quant au contraste des franges, il est égal à : $C = \dfrac{2\tau}{R_1 R'_1 + R_2 R'_2 + T_1^2 + T_2^2}$

Le tableau II nous montre l'évolution des coefficients de réflexion et de transmission pour différentes épaisseurs de la couche d'aluminium exprimées en Å, pour $\lambda = 5000$ Å, ainsi que les valeurs de τ et de C correspondantes.

e Å	R_1	R'_1	T_1	R_2	R'_2	T_2	τ	C
36	0,182	0,155	0,683	0,388	0,280	0,488	0,550	0,65
40	0,211	0,182	0,647	0,424	0,315	0,449	0,574	0,72
44	0,240	0,210	0,611	0,459	0,348	0,412	0,6	0,8
48	0,269	0,238	0,577	0,492	0,380	0,378	0,614	0,84
52	0,297	0,265	0,544	0,523	0,410	0,347	0,624	0,88
56	0,325	0,292	0,512	0,552	0,440	0,319	0,632	0,9
60	0,352	0,319	0,482	0,578	0,467	0,293	0,618	0,88

Le tableau III nous montre l'évolution de τ et de C en fonction de la longueur d'onde pour $e = 60$ Å.

λ Å	4000	5000	6000	7000	8000
τ	0,346	0,309	0,266	0,222	0,180
C	0,88	0,88	0,83	0,73	0,59

On voit donc que, pour une longueur d'onde donnée, il existe une épaisseur, dont la valeur n'est pas très critique, pour laquelle la transparence et le contraste des franges sont optimums. Par exemple, si $\lambda = 5\,000$ Å, pour une épaisseur comprise entre 50 et 60 Å, la transparence $\mathcal{T}$ a une valeur de l'ordre de 0,6 (au lieu de 1 qui est la valeur maximum obtenue pour $R = T = 0,5$) et le contraste est de l'ordre de 0,9. Par contre, cette transparence et ce contraste, pour une épaisseur e donnée, varient beaucoup en fonction de la longueur d'onde et le choix de cette épaisseur e dépendra bien sûr du domaine spectral de fonctionnement.

2.5 : Réalisation pratique et réglage du Sagnac :

Notre objectif a été de réaliser un interféromètre d'emploi assez souple pour pouvoir étudier et vérifier les principes du SIMS pour différentes résolutions et dans un domaine de longueur d'onde assez large.

2.5.1 : Réalisation pratique :

La réalisation, représentée sur la fig. (36), comprend une console en fonte (1) de section triangulaire et fixée à une platine supportant l'objectif et la lame semi-réfléchissante qui sont donc fixes. La lame compensatrice est montée sur la console (2) par l'intermédiaire de deux lames ressorts qui permettent le réglage du parallélisme de la lame compensatrice

grille
miroir fixe
miroir vibrant
objectif
miroir mobile
moteur

et de la lame séparatrice. Ces deux lames ont pour dimensions 80 mm sur 120 mm. Le miroir fixe est solidaire de la console (1) par l'intermédiaire de trois ressorts déformables par trois vis micrométriques. Le miroir mobile est monté sur une console en aluminium et repose sur deux guides cylindriques chromés. Le mouvement de translation du miroir est obtenu à l'aide d'une vis micrométrique permettant un déplacement de 6 cm ; cette vis est accouplée magnétiquement (dispositif SOPRA) à un moteur synchrone monté sur une glissière à billes solidaire de la platine. La vitesse maximum du moteur se calcule ainsi : nous avons : $T = \frac{\lambda F}{P} = 4 d \sin\frac{\pi}{8}$. Si V est la vitesse de déplacement du miroir, exprimée en mm par seconde, pendant le temps Δt, on explore un intervalle spectral $\Delta\lambda = \frac{P}{F} \times 4 \sin\frac{\pi}{8} V \Delta t$. Or si τ est le temps de réponse de la détection, essentiellement limité par l'enregistreur, l'intervalle spectral exploré pendant ce temps doit être au plus égal à l'intervalle spectral résolu par le spectromètre, soit : $\Delta\lambda \leqslant \delta\lambda = \frac{\lambda}{R}$. La vitesse maximum est donc :

$$V = \frac{\lambda F}{P} \times \frac{1}{R} \times 4 \sin\frac{\pi}{8} \times \frac{1}{\tau} = \frac{\lambda}{2\theta} \times \frac{4 \sin\frac{\pi}{8}}{\tau}.$$

Soit pour $\tau = 0{,}3\ s$ $\quad \lambda = 0{,}5\ \mu$ $\quad 2\theta = 1{,}2 \cdot 10^{-1}$

$$V \simeq 10^{-2}\ mm/s$$

ce qui donne pour le moteur une vitesse de rotation de 1,2 tours par minute.

Nous avons donc choisi un moteur synchrone 1500 t/mn

et un jeu de réducteurs permettant d'obtenir 1 t/mn, 1/2 t/mn, 1/5 t/mn.

2.5.2: Réglage de l'interféromètre :

- On règle tout d'abord le parallélisme de la lame compensatrice et de la lame séparatrice en utilisant les réflexions multiples qui se produisent entre ces deux lames.
- Il s'agit ensuite de régler la position des deux miroirs de façon que les intersections de leurs plans avec le plan de la séparatrice soient parallèles. Pour cela, on éclaire l'interféromètre à l'aide d'une source ponctuelle, un laser par exemple, et l'on fait en sorte que lorsque le dédoublement varie, les franges ne tournent plus dans leur plan, le réglage étant particulièrement sensible au voisinage de la teinte plate.
- On se place ensuite en lumière blanche afin d'amener la frange centrale, par rotation d'un des miroirs autour d'un axe vertical, à passer par le foyer de l'objectif.

2.6 : Réalisation et mise en place de la grille :

La grille est obtenue par photographie des franges fournies par le Sagnac éclairé en lumière monochromatique. La plaque photographique est placée sur un support dit support d'hologramme. Ce support repose sur une platine permettant d'obtenir des mouvements

de rotation autour de trois axes perpendiculaires ainsi que deux mouvements de translation longitudinal transversal, afin de pouvoir faire coincider au mieux le plan de la plaque photographique et le plan des franges. Pour réaliser cette opération, on procède en deux temps : on dispose sur le support une plaque préalablement impressionnée ; à l'aide de deux viseurs, on observe les franges aux deux extrémités du champ et l'on fait en sorte, par tâtonnements successifs de voir net dans les deux viseurs les franges et le grain de la plaque. Ce premier réglage étant fait, on photographie les franges fournies par l'interféromètre éclairé par le laser. Cette première grille ainsi réalisée nous permet, dans une deuxième étape, de parfaire le réglage de mise en place de la grille en observant le moiré obtenu lorsque l'interféromètre est éclairé par une source large (laser en cohérence stationnaire obtenue en faisant tourner un dépoli dans le faisceau). La grille définitive peut alors être réalisée lorsque le moiré est uniforme sur l'ensemble de la première grille.

I.3. Possibilités offertes par les interféromètres biréfringents :

3.1. Introduction :

Le but poursuivi dans cette recherche sur les interféromètres biréfringents est de tendre vers un dispositif très compact

permettant d'obtenir un dédoublement variable et une grande étendue. De nombreux auteurs ont suggéré de tels interféromètres et nous avons tout d'abord retenu, quant à nous, un interféromètre utilisé par Nomarski (33) en microscopie interférentielle. Ce dispositif comporte deux prismes de Wollaston identiques pouvant se translater l'un par rapport à l'autre afin d'assurer le dédoublement variable recherché. En second lieu, pour traiter les problèmes de corrélation de spectre, problèmes dans lesquels on travaille à dédoublement fixe, nous avons retenu un interféromètre également utilisé par Nomarski. Cet interféromètre comporte deux Wollastons d'épaisseurs différentes fournissant des franges rectilignes localisées à distance finie et ne nécessitant donc pas l'utilisation d'un objectif comme c'est le cas dans le Sagnac et l'interféromètre à deux Wollastons identiques. Nous verrons que ce dispositif est particulièrement bien adapté à la corrélation des spectres de raies. Enfin pour la corrélation des spectres d'absorption des gaz, nous montrerons que les composants biréfringents offrent une solution d'une grande simplicité : l'interféromètre utilisé pouvant se réduire dans ce cas à une simple lame à faces parallèles taillée parallèlement à l'axe.

Quel que soit l'interféromètre biréfringent utilisé, on peut par ailleurs mettre à profit la possibilité qu'offrent

ces dispositifs de fournir simplement deux phénomènes d'interférences complémentaires. On sait, en effet, qu'il est nécessaire de placer ce type d'interféromètre entre un polariseur et un analyseur dont les directions doivent être orientées à 45° des directions des vibrations transmises par l'interféromètre afin d'obtenir un contraste maximum des franges d'interférences. On a donc la possibilité de disposer la direction du polariseur parallèlement ou perpendiculairement à celle de l'analyseur. On obtient, dans le premier cas, un phénomène d'interférences à frange centrale brillante, dans le second cas à frange centrale sombre. On passe donc d'un état à l'autre en tournant simplement le polariseur ou l'analyseur de 90°. Nous avons utilisé cette propriété non seulement pour réaliser la modulation dans tous les dispositifs étudiés, mais aussi, comme nous le verrons dans les paragraphes suivants, pour réaliser les grilles dérivatrices d'ordre impair (que nous avons étudiées théoriquement au chapitre II) ainsi que pour la mise en oeuvre d'un dispositif double faisceau

3.2. Interféromètre à deux Wollastons identiques:

3.2.1: Calcul de la différence de marche:

Le schéma de principe est le suivant (fig (37)):

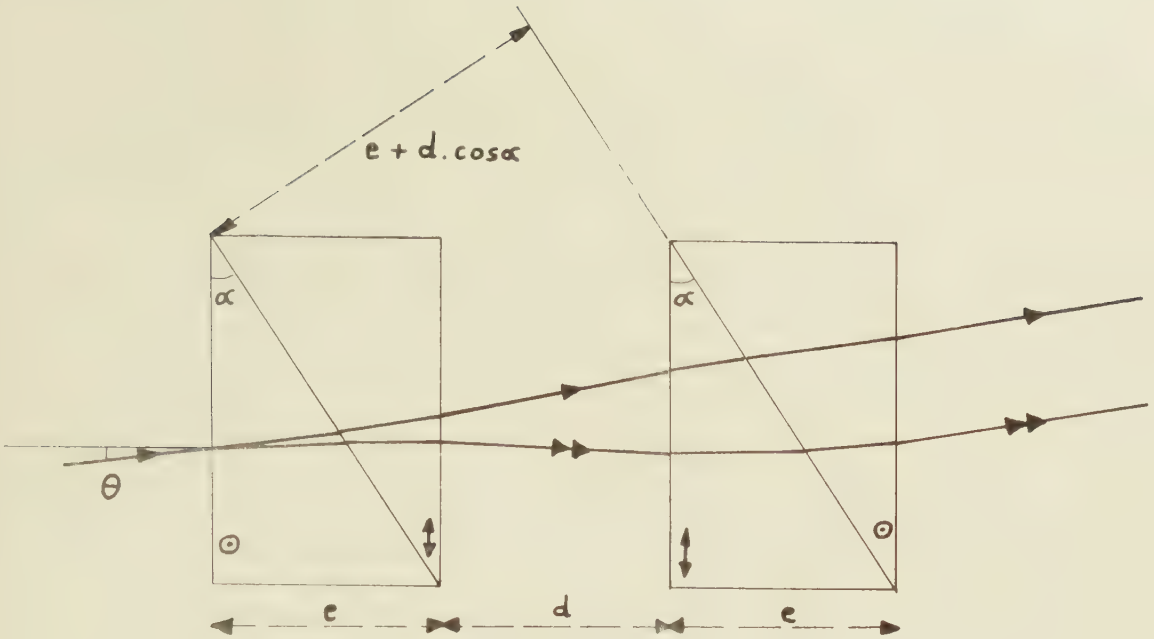


fig 37

Pour calculer la différence de marche, on peut procéder de la façon suivante : une onde plane incidente donne naissance, quelle que soit l'inclinaison θ de son vecteur d'onde, à deux ondes planes émergentes polarisées perpendiculairement ; on peut décomposer l'ensemble de ces deux Wollastons distants de d en trois lames à faces parallèles

- une lame d'indice n_0 (ou n) d'épaisseur $2e + d$ (n_0 et n étant les indices correspondant à la direction de propagation dans le milieu).
- une lame d'indice n (ou n_0) d'épaisseur $(e+d)\cos\alpha$ inclinée d'un angle α sur la direction moyenne.
- une lame d'épaisseur d d'indice 1.

Pour calculer la différence de marche des vibrations émergentes, on calcule pour chaque vibration la différence

de marche par rapport à une vibration qui ne traverserait pas le système.

On trouve ainsi entre les deux vibrations émergentes s'étant propagées dans un plan de section principale des prismes :

$$\Delta = -\frac{2\,\Delta n}{n_o} tg\alpha \sin\theta (e + d n_o) + \frac{\Delta n}{2 n_o^2} tg\alpha \sin^2\theta (e + 4 d n_o)$$

θ étant l'angle d'incidence, $\Delta n = n_e - n_o$ la biréfringence, n_o l'indice ordinaire du cristal, n_e l'indice extraordinaire.

Pour des rayons se propageant dans un plan perpendiculaire au précédent la différence de marche est nulle au 4e ordre près en prenant comme infiniment petit principal l'angle d'incidence. On n'aura donc pratiquement pas de courbure des franges. Par contre, on se rend compte à partir de l'expression de Δ que le pas des franges ne sera pas constant par suite de l'expression du terme en $\sin^2\theta$, terme qui apparaît comme une aberration de distorsion dont on va étudier l'influence.

3.2.2 : Influence de la distorsion du pas des franges.

Posons $\quad \Delta = -T\frac{x}{F} + t\frac{x^2}{F^2}$

avec $T = \frac{2\,\Delta n}{n_o} tg\alpha (e + n_o d) \quad t = \frac{\Delta n}{2 n_o^2} tg\alpha (e + 4 n_o d) \quad \sin\theta \simeq \frac{x}{F}$

Supposons que l'on ait réalisé la grille en photographiant sur le montage les franges correspondant au

nombre d'onde σ_0 et au dédoublement T_0. Lorsque le système est éclairé par une radiation σ et pour un dédoublement T tel que $\sigma_0 T_0 = \sigma T$, la partie modulée du flux émergent est égal (chapitre II, page 27)

$$d\varphi = \frac{1}{16} L(\sigma)\, d\sigma\, S\, d\Omega \times a$$

avec $a = \int_0^1 \cos 2\pi \left[\sigma_0 t_0 - \sigma t\right] \frac{L^2 x'^2}{4F^2}\, dx'$ (L largeur de la grille utilisée)

L'égalité $\sigma_0 T_0 = \sigma T$ n'entraîne pas l'égalité $\sigma_0 t_0 = \sigma t$. Il en résulte que a est inférieur à l'unité.

En supposant que la biréfringence Δn et l'indice n_0 varient lentement en fonction de la longueur d'onde, on peut montrer que:

$$\sigma_0 t_0 - \sigma t = \frac{3}{2} \frac{\Delta n}{n_0^2} \operatorname{tg}\alpha\, (\sigma - \sigma_0)\, e$$

et, en posant $\nu = \sqrt{\frac{3}{2} \frac{\Delta n}{n_0^2} \operatorname{tg}\alpha\, (\sigma - \sigma_0)\, e}\ \frac{L}{F}$ et $\nu x' = t$.

a peut se mettre sous la forme

$$a = \frac{1}{\nu} \int_0^{\nu} \cos \pi \frac{t^2}{2}\, dt$$

dont la représentation en fonction de ν est indiquée sur la fig. (38).

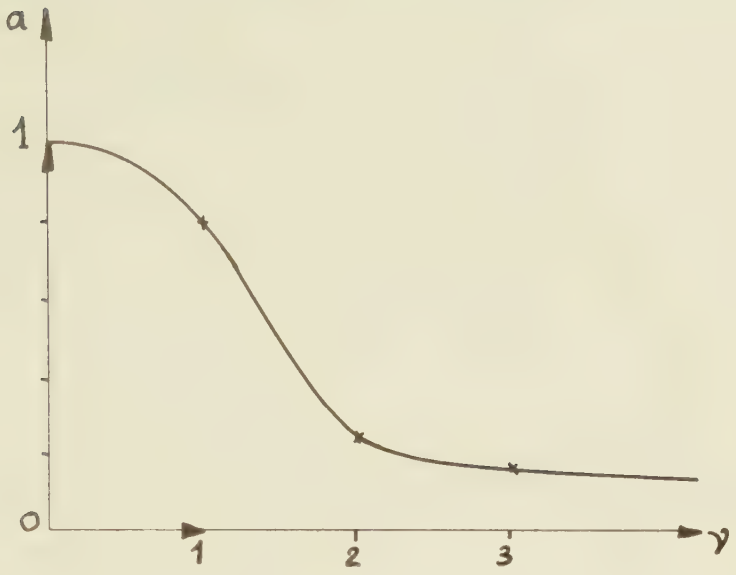


fig. 38

On se rend compte sur cette représentation que a décroît très rapidement en fonction de ν, en particulier dès que $\nu > 1$.

En se fixant à cette valeur $\nu = 1$, on a $a = 0,8$

$$\nu = 1 \Rightarrow \frac{3}{2} \frac{\Delta n}{n_0^2} \operatorname{tg}\alpha\,(\sigma - \sigma_0)\, e\, \frac{L^2}{F^2} = 1$$

c'est-à-dire que l'intervalle spectral que l'on pourra analyser sans perdre de façon prohibitive sur le signal devra être limité et cette limitation dépend des caractéristiques des Wollastons utilisés. Aussi, avant de faire une analyse plus précise de la relation que nous venons d'établir, nous allons étudier l'influence de ces caractéristiques sur le pouvoir de résolution et l'étendue du montage.

3.2.3: Résolution et étendue du montage à deux Wollastons :

Soit deux Wollastons d'épaisseur e, de section carrée l×l et distants de d.

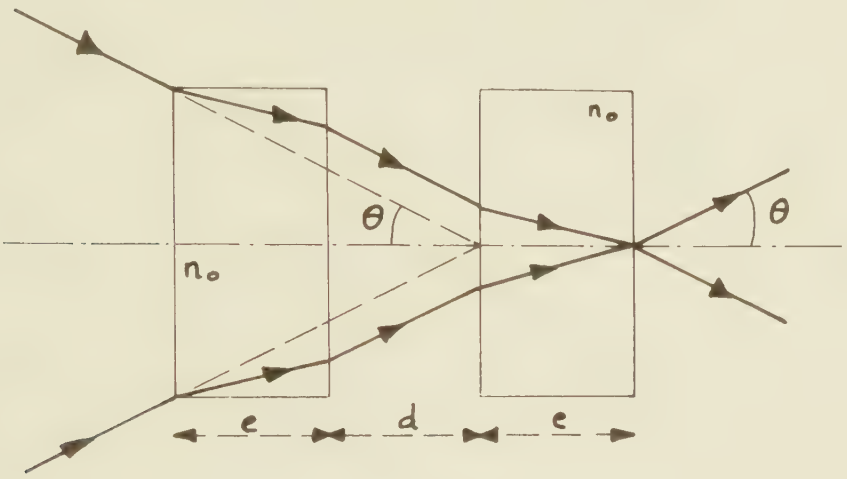


fig. 39

L'angle de champ maximum susceptible d'être utilisé $2\theta = \frac{l}{F}$ est pratiquement le même que celui que l'on obtiendrait avec deux lames à faces parallèles d'épaisseur e, d'indice $n \simeq n_0$ et distantes de d : fig (39) soit :

$$2\theta = \frac{l}{d + \frac{2e}{n_0}}$$

Le pouvoir de résolution est alors égal à :

$$R = \frac{2\theta T}{\lambda} = \frac{2\Delta n e\left(\frac{e}{n_0} + d\right)}{\lambda\left(2\frac{e}{n_0} + d\right)} \qquad \text{car } l\ tg\alpha = e$$

R dépend donc des caractéristiques des Wollastons, e, Δn, n, et de leur distance d. (Notons que R est indépendant

de l). Pour deux Wollastons donnés, il est intéressant de connaître l'évolution de R en fonction de d. Cette représentation est indiquée sur la fig. (40).

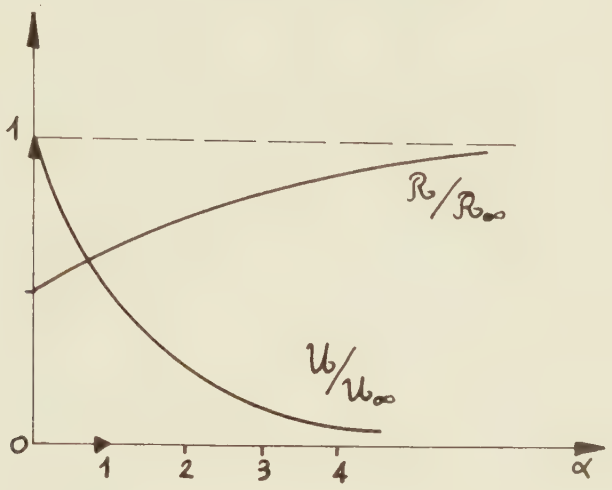


fig. 40

En posant $R_\infty = \frac{2\Delta n e}{\lambda}$ limite de R lorsque $d \to \infty$

$$\text{et } \alpha = \frac{d}{e/n_0}$$

R, quel que soit d, est donc compris entre $\frac{e\Delta n}{\lambda}$ et $\frac{2e\Delta n}{\lambda}$

avec $\frac{R}{R_\infty} = 0{,}8$ pour $d = 3\frac{e}{n}$

Quant à l'étendue admissible pour l'interféromètre, elle est égale à :

$$U = l^2\theta^2 = \frac{l^4}{\left(\frac{2e}{n}+d\right)^2}$$

On a représenté, sur la fig. (40) $\frac{U}{U_\infty}$ en fonction de α

avec $U_\infty = \frac{l^4}{\frac{4e^2}{n^2}}$. On voit sur ces courbes que lorsque

α croît à partir de la valeur $\alpha = 0$, la résolution croît lentement ; par contre l'étendue décroît très rapidement. On aura donc intérêt à se placer au voisinage de $d = 0$ c'est-à-dire d'une résolution égale à $R = e\frac{\Delta n}{\lambda}$

Exemple avec le quartz : $\Delta n = 10^{-2}$ pour $\lambda = 0{,}5\,\mu$

$R = 20\,e$ e étant exprimé en mm

avec le spath : $\Delta n = 0{,}17$ pour $\lambda = 0{,}5\,\mu$

$R = 340\,e$ (e en mm)

Quant à l'étendue, lorsque d est voisin de zéro, elle est égale à : $U = \frac{n^2 l^4}{H e^2}$.

Exemple : Dans une première réalisation, nous avons utilisé deux Wollastons en quartz avec $e = l = 20$ mm. Ce qui fournit une résolution $R = 400$. Nous avons alors $U = l^2 \times \frac{n^2}{4}$. Soit, pour l'étendue $U = S \times 0{,}6$, en appelant S la surface des faces des Wollastons. Avec un Fabry-Perot, dont les lames ont la même surface, on obtient une étendue $U = S \times \frac{2\pi}{R_0}$, soit pour $R_0 = 400$ $U = S \cdot 1{,}6\,10^{-2}$. On obtient donc, avec ce montage à deux Wollastons, une étendue de l'ordre de 40 fois plus grande qu'avec un Fabry-Perot de même surface que les faces d'entrée des Wollastons et travaillant à la même résolution. Cependant, avec le dispositif à deux Wollastons que nous venons de décrire, il est nécessaire d'utiliser un objectif permettant d'obtenir 400 franges dans un champ $2\theta \simeq 0{,}8$. Cet objectif doit donc avoir

une grande ouverture si l'on veut utiliser une grille de dimension raisonnable de 50 mm de côté ce qui exige, dans l'exemple choisi, un objectif de 75 mm de focale et de 30 mm de diamètre.

Il nous faut maintenant revenir sur la condition établie en 3.2.2. pour étudier si cet angle de champ très important est compatible avec l'exploration d'un large domaine spectral car on doit avoir :

$$\frac{3}{2}\frac{\Delta n}{n_0^2} e \operatorname{tg}\alpha |\sigma - \sigma_0| \frac{L^2}{F^2} = 1$$

$\sigma - \sigma_0$ est inversement proportionnel à $\frac{L^2}{F^2}$ c'est-à-dire au carré de l'angle de champ et décroît donc très vite lorsque cet angle augmente. En reprenant les exemples numériques précédents, on trouve

$$|\sigma - \sigma_0| = 120 \text{ cm}^{-1}$$

Cet intervalle est très petit et, pour l'augmenter, il faut se résoudre à perdre sur l'angle de champ c'est-à-dire sur l'étendue ; pour une étendue comparable à celle du Fabry-Perot que l'on a pris comme exemple ci-dessus on trouverait un intervalle 40 fois plus grand soit $|\sigma - \sigma_0| = 4\,800 \text{ cm}^{-1}$. Mais si l'on diminue l'angle de champ on diminue dans la même proportion la résolution et, pour se fixer à la résolution désirée, il faudra augmenter le dédoublement T c'est-à-dire la distance d entre les deux Wollastons.

Remarquons enfin que, dans le cas des corrélations de spectres, on pourra par contre utiliser l'étendue maximum offerte par cet interféromètre.

3.2.4 : Tolérances, réglages et réalisation :

Nous n'avons pas fait une étude systématique comme pour le Sagnac des tolérances optiques et mécaniques en particulier en ce qui concerne l'identité à exiger pour la réalisation des deux Wollastons. Cependant l'utilisation de deux Wollastons de fabrication courante nous a permis de réaliser un premier montage et de vérifier la théorie que nous avons développée ci-dessus. Ce premier montage nous a également permis d'apprécier expérimentalement les différents déréglages susceptibles d'intervenir en cours de fonctionnement.

Partons d'un réglage supposé parfait et examinons l'influence de la variation des différents degrés de liberté de chaque Wollaston. fig (41).

- une translation parallèle à Oy ne modifie ni la position des franges ni leur contraste. Mais elle peut, si elle est trop importante, entraîner en partie l'occultation des faisceaux ;
- une translation suivant Oz provoque le dédoublement variable recherché.
- une translation suivant Ox modifie simplement la distance entre les plans de séparation des prismes composant

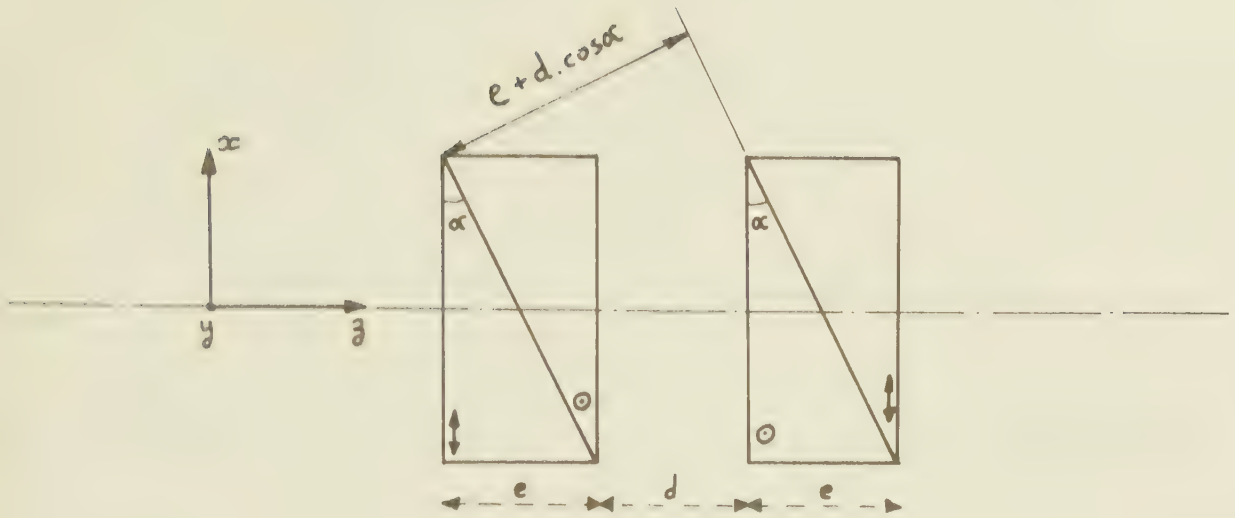


fig 41

chaque Wollaston et entraîne donc un déplacement de la frange centrale ainsi qu'une variation de l'interfrange.

Il faudra donc pour la mise en œuvre du mouvement de translation d'un des prismes de Wollaston s'assurer que la composante sur ox de cette translation est nulle. On pourra tolérer par contre une composante non nulle (mais petite) sur oy.

_ Les rotations autour d'axes parallèles à ox, oy et oz entraînent une perte de contraste des franges donc une diminution du signal.

De ces considérations on peut déduire le réglage de l'interféromètre de la façon suivante :

- Parallélisme des axes des deux Wollastons :

On repère tout d'abord la direction du polariseur à l'aide d'un analyseur à pénombre puis l'on introduit successivement chaque prisme de Wollaston et l'on fait en sorte que l'égalité de pénombre soit maintenue.

- Parallélisme des faces des deux Wollastons :

Lors de la première opération, après avoir mis en place le premier Wollaston, on repère par autocollimation l'orientation de ses faces supposées parallèles par construction ce qui nous permet d'avoir une référence pour régler ensuite le deuxième Wollaston par rotation autour d'axes parallèles à ox, oy.

- Réglage de la translation d'un des prismes suivant oz :

Après les réglages effectués dans l'ordre indiqué ci-dessus, rien ne permet de dire que les faces des Wollastons sont perpendiculaires à l'axe de la translation. S'il n'en est pas ainsi, lors de cette translation, la frange centrale va se déplacer dans le plan focal de l'objectif ; or, du fait de la modulation utilisée en particulier par rotation du polariseur, il est nécessaire que ce déplacement soit petit devant l'interfrange. Ce dernier réglage ne peut se faire que par approximations successives car, pour maintenir fixe la frange centrale lors de la translation d'un des Wollastons, il faut jouer sur la rotation de chaque Wollaston autour de oy.

Le réglage de cet interféromètre est plus compliqué que

celui du Sagnac mais une fois effectué l'expérience a montré qu'il était très fiable.

Compte tenu de ces réglages nécessaires, nous avons effectué une première réalisation - fig.(42) - qui comprend :

- un banc en granite ;
- deux Wollastons d'angle 45° et de 20 mm d'épaisseur disposés, pour le premier qui est fixe, sur un support permettant d'effectuer des rotations fines autour des axes ox, oy, et oz ; le second possède des mêmes possibilités mais, en plus, une translation suivant ox et une suivant oz. Cette dernière est réalisée en utilisant comme guide une glissière axiale sur billes, la translation étant obtenue à l'aide d'une vis micrométrique solidaire d'un moteur synchrone comme cela a été fait pour le Sagnac à la différence près que la vis a une course de 80 mm et le moteur une vitesse de 15 t/mn.

Des moyens, que nous verrons au chapitre V, dans l'étude de la modulation et de la détection du signal, permettent de faire tourner la direction de polarisation des vibrations incidentes. Le reste du montage comprend, comme lorsque l'interféromètre est un Sagnac, un objectif dans le plan focal duquel on place une grille dont la mise en place relève des mêmes réglages que ceux que nous avons déjà indiqués.

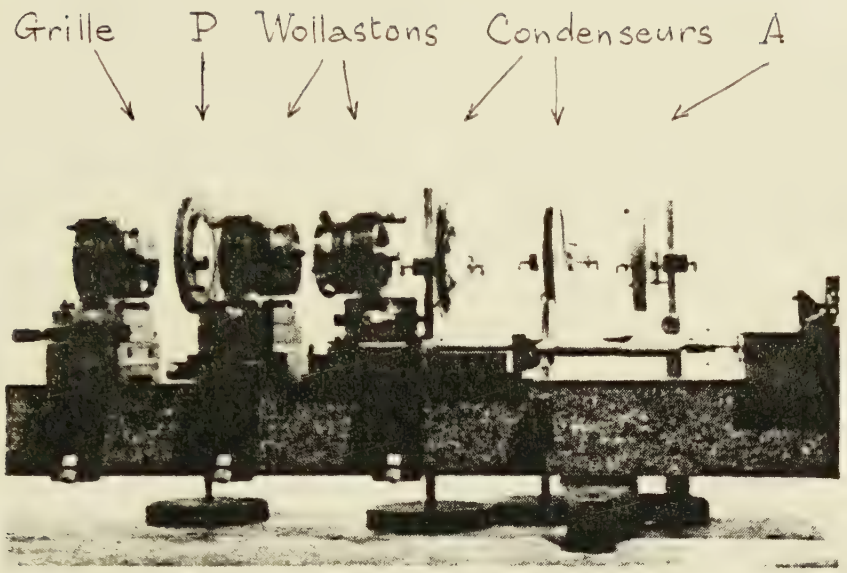


fig. 42

3.3: Interféromètre à deux Wollastons d'épaisseurs différentes :

3.3.1 : Introduction :

Pour l'étude de la corrélation de spectres, le dédoublement de l'interféromètre peut être fixe. Aussi, lorsque la résolution exigée n'est pas trop élevée, il peut être avantageux d'utiliser un interféromètre qui fournisse à distance finie des franges d'interférence de contraste 1 et de grande luminosité. Parmi les interféromètres isotropes, le seul qui semble répondre à cette question est le coin d'air utilisé en réflexion. L'utilisation en réflexion permet en effet d'obtenir un très bon contraste mais cela au prix d'une perte de flux lumineux considérable

sauf si l'on utilise le coin d'air fictif fourni par l'interféromètre de Michelson par exemple. Il semble cependant que les interféromètres biréfringents puissent fournir une solution intéressante tant pour l'obtention de contraste important que pour l'obtention d'une grande luminosité.

Ce type d'interféromètre peut être obtenu de nombreuses façons (34) (35). Quant à nous, nous avons retenu une solution déjà suggérée par Françon, qui permet de la construire à partir de composants de fabrication courante, à savoir de deux prismes de Wollaston d'épaisseurs différentes

3.3.2: Etude de l'interféromètre constitué de deux prismes de Wollaston d'épaisseurs différentes :

L'interféromètre comprend deux prismes accolés d'angles θ_1 et θ_2 disposés comme cela est indiqué sur la fig. (43).

Dans ces conditions, le calcul montre que :

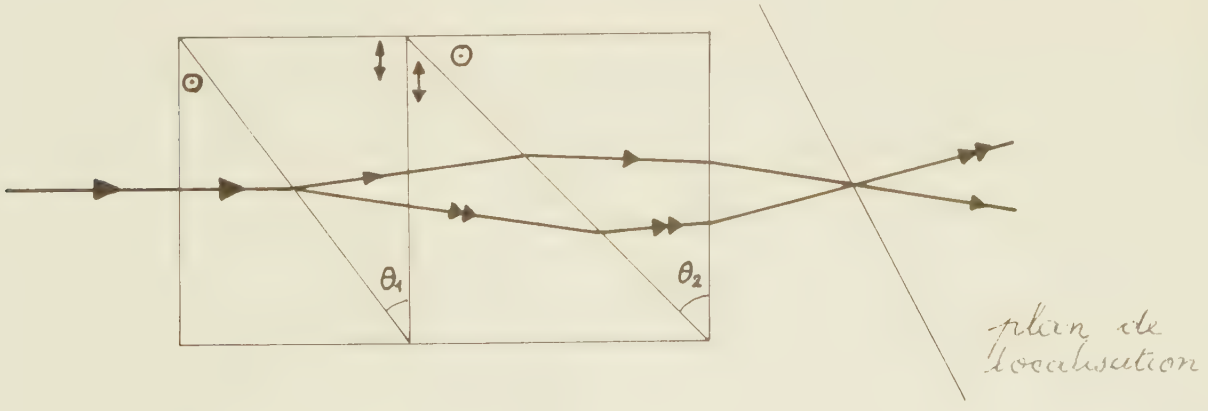


fig. 43

pour que le plan de localisation soit réel, il est nécessaire que l'angle θ_2 du second prisme rencontré soit supérieur à l'angle θ_1 du premier. D'autre part, l'angle que fait ce plan avec la direction moyenne du faisceau lumineux dépend de la différence des angles $\theta_2 - \theta_1$ des deux prismes. Nous avons choisi les angles θ_2 et θ_1 égaux respectivement à 40° et 30° de telle sorte que ce plan soit incliné à 45° sur l'axe du système afin de pouvoir utiliser une grille par réflexion. Ceci permet de s'affranchir de la transparence de la plaque photo (support et gélatine), en particulier dans l'ultraviolet. Les deux prismes utilisés ont une section carrée de 40 × 40 mm ce qui permet d'obtenir un champ de franges de 40 × 60 mm avec 10 franges par mm, soit une résolution de 600. Dans ces conditions, l'angle solide Ω utilisable est de l'ordre de $\frac{2\pi}{600} = \pi\alpha^2$ soit $\alpha = 0,55 \cdot 10^{-1}$.

L'avantage essentiel de cet interféromètre est sa compacité alliée à une grande stabilité puisqu'il est constitué par le bloc rigide de deux Wollastons en quartz.

Notons que, dans l'ultraviolet, sa transparence n'est limitée que par celle des polaroïds qui peuvent être utilisés jusqu'à 2 500 Å.

Le premier montage réalisé est représenté sur la fig. (44).

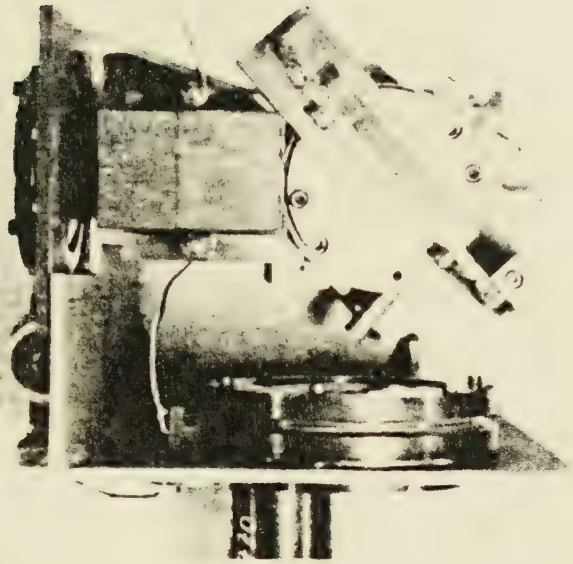


fig. 44

I. 4 .Etude de la contribution de ces interféromètres à quelques applications spectrométriques.

4.1 : Spectromètre, spectromètre dérivateur:

L'interféromètre de Sagnac ou l'interféromètre composé de deux Wollastons identiques associés à un objectif et à une grille périodique placée dans le plan focal de ce dernier constitue donc un spectromètre à modulation sélective permettant d'analyser un spectre longueur d'onde par longueur d'onde. Si l'on veut, à partir de ce montage, obtenir les dérivées d'ordre pair du spectre, il suffit de placer dans le plan de la grille un cache dont le contour

a comme equation $y = x'^{2p} F_o(x')$ avec $x' = \frac{x}{L_2}$ (Chap. II)
Mais, pour obtenir les dérivées d'ordre impair, en particulier la dérivée première, nous avons vu qu'il est nécessaire de placer un cache dont le contour a comme équation $y = |x'| F_o(x')$ et, en plus, que la grille ait une transparence égale à $\frac{1}{2}\left(1 + \cos 2\pi \frac{x}{p}\right)$ si x est positif ;

$\frac{1}{2}\left(1 - \cos 2\pi \frac{x}{p}\right)$ si x est négatif.

L'interféromètre biréfringent permet de réaliser très simplement cette grille. En effet, il suffit d'enregistrer en deux temps sur une plaque photographique les franges fournies par cet interféromètre éclairé par une source monochromatique : on place, lors de la première exposition, le polariseur parallèlement à l'analyseur à 45 degrés des vibrations transmises par l'interféromètre et l'on enregistre les franges correspondant à $x > 0$, la partie $x < 0$ étant masquée ; on tourne ensuite le polariseur d'un angle égal à 90° par rapport à sa première position et l'on enregistre les franges correspondant à $x < 0$, la partie $x > 0$ étant masquée.

4.2 : Spectromètre double faisceau :

Dans le cas où l'on a à étudier de faibles absorptions il est nécessaire de mettre en œuvre un spectromètre double faisceau afin de comparer l'absorption de la substance étudiée à

celle d'une substance de référence. Là encore l'interféromètre biréfringent offre une solution simple.

4.2.1 : Principe :

Rappelons que, dans un phénomène d'interférence en lumière polarisée, l'éclairement peut se mettre sous la forme :

$$dE = \frac{1}{2}\Omega\, L(\sigma)\, d\sigma \left[\cos^2\alpha \cos^2\beta + \sin^2\alpha \sin^2\beta + 2\sin\alpha \sin\beta \cos\alpha \cos\beta \cos 2\pi\sigma\Delta\right]$$

où α et β représentent respectivement les angles que font le polariseur et l'analyseur avec l'une des directions transmises par l'interféromètre.

Si $\alpha = \frac{\pi}{4}$ on obtient

$$dE_1 = \frac{\Omega}{4} L(\sigma) d\sigma \left[1 + \sin 2\beta \cos 2\pi\sigma\Delta\right]$$

si $\alpha = \frac{3\pi}{4}$ on obtient

$$dE_2 = \frac{\Omega}{4} L(\sigma) d\sigma \left[1 - \sin 2\beta \cos 2\pi\sigma\Delta\right]$$

On conçoit donc que si l'on éclaire l'interféromètre simultanément par deux vibrations incohérentes, polarisées rectilignement, l'une suivant la direction $\alpha = \frac{\pi}{4}$, l'autre suivant $\alpha = \frac{3\pi}{4}$ et caractérisées respectivement par les luminances $L(\sigma)d\sigma$ et $L_0(\sigma)\,d\sigma$, on obtiendra un éclairement résultant :

$$dE = dE_1 + dE_2 = \frac{\Omega}{4}\left[L(\sigma) + L_0(\sigma) + \sin 2\beta \left(L(\sigma) - L_0(\sigma)\right) \cos 2\pi\sigma\Delta\right] d\sigma.$$

Si l'on analyse cet éclairement, comme dans le cas du

spectromètre simple, à l'aide d'une grille périodique et en faisant tourner l'analyseur, on obtient un signal proportionnel à la différence des luminances $L(\sigma) - L_0(\sigma)$. On a donc ainsi réalisé un spectromètre double faisceau dont le schéma synoptique est indiqué sur la fig. (45).

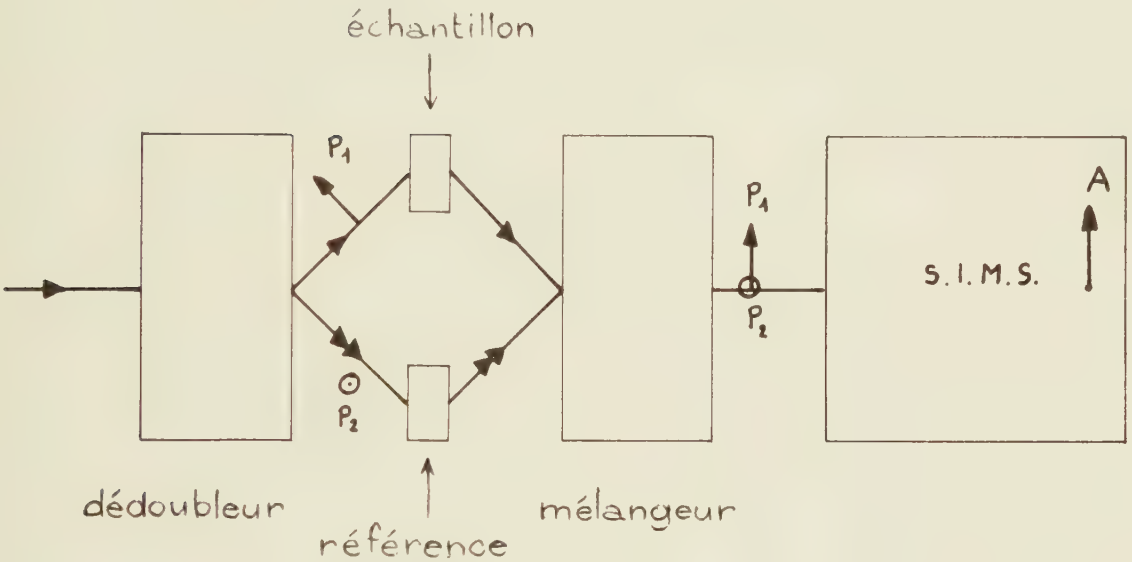


fig. 45

4.2.2: Réalisation.

Pour la réalisation du double faisceau, on peut concevoir soit :

- un montage isotrope voisin de ceux utilisés dans les spectromètres à fentes en plaçant sur chaque voie un polariseur orienté respectivement suivant $\alpha = \frac{\pi}{4}$ et $\alpha = \frac{3\pi}{4}$;

- un montage biréfringent utilisant comme séparateur un composant anisotrope qui fournit directement deux faisceaux

transportant le même flux et polarisés perpendiculairement.

a) Cas du double faisceau biréfringent.

Le système le plus simple qui vient à l'esprit consiste à utiliser un prisme de Wollaston comme séparateur : fig (46).

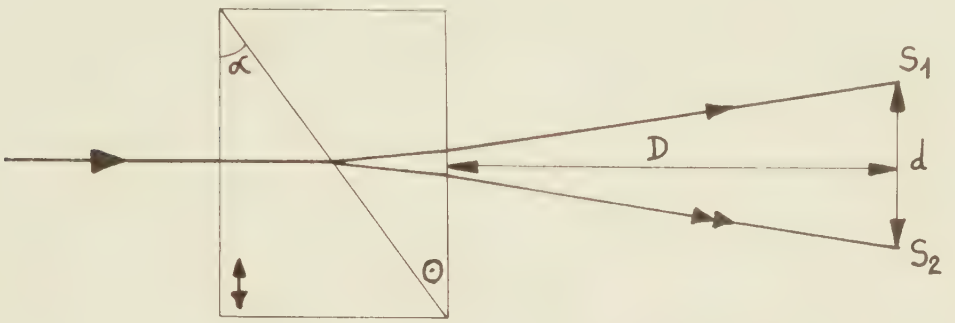


fig 46

La distance du centre des deux images S_1 et S_2 est égal à $d = D.2\Delta n \operatorname{tg}\theta$. Or les cuves utilisées en général dans les spectrophotomètres ont une largeur de 10 mm et, si l'on veut que les deux faisceaux soient séparés, il faut que d soit supérieur ou égal à 10 mm ; cela nécessite, si l'on utilise du quartz et un angle $\theta = 45°$, de placer les cuves à une distance du Wollaston $D = 500$ mm. Ce montage conduit donc à une ouverture faible devant celle de l'interféromètre même en utilisant un prisme de Wollaston de 40 mm de côté. On pourrait augmenter cette ouverture en utilisant un Wollaston en spath qui permet une séparation angulaire 17 fois plus grande qu'un Wollaston en quartz, ne possédant pas de composant en spath (le coût de ces derniers est beaucoup

plus important que ceux en quartz, en particulier si l'on désire du spath transparent dans l'ultraviolet) nous nous sommes orientés vers l'étude d'un double faisceau isotrope

b) Cas du double faisceau isotrope

Le montage que nous avons adopté dans ce cas est représenté sur la fig. (47).

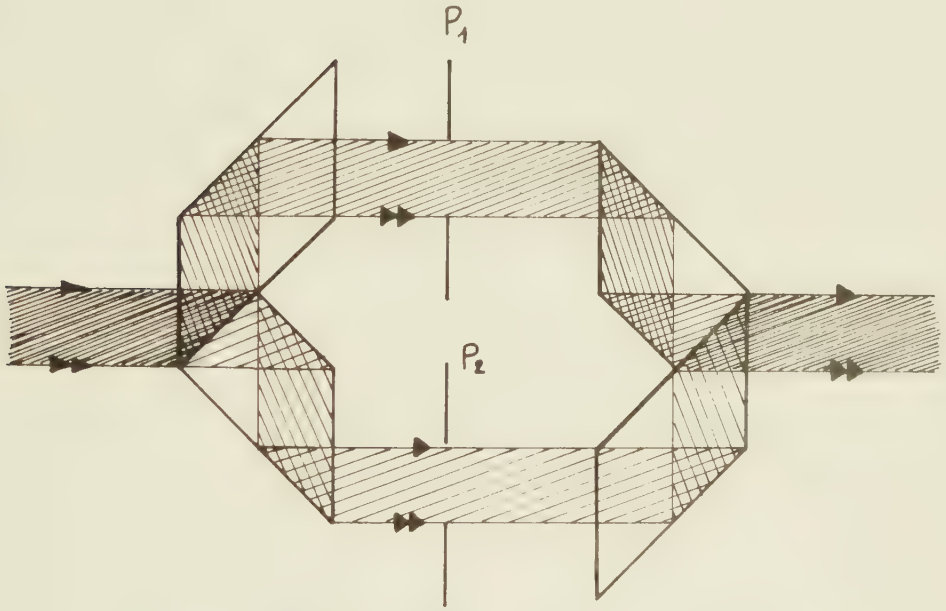


fig. 47

Pratiquement, nous avons utilisé comme séparateur et mélangeur de faisceaux deux prismes utilisés sur les microscopes interférentiels. Les résultats expérimentaux obtenus avec ce système ont été très médiocres. Cela peut s'expliquer par le fait que les deux vibrations polarisées rectilignement à l'entrée du mélangeur émergent en présentant une ellipticité non

négligeable du fait des réflexions qu'elles subissent. Nous n'avons pas essayé d'améliorer ce système car, par la suite, une solution plus simple est apparue que nous allons décrire maintenant.

c) Autre possibilité.

Dans les deux cas que nous venons de traiter nous sommes partis du principe qu'il fallait former deux systèmes de franges complémentaires sur la même grille, en recevant tout le flux lumineux sur un seul récepteur. Il est évident qu'il revient au même de former le même phénomène d'interférence sur deux grilles G_1 et G_2 complémentaires. Le flux Φ_1 issu de G_1 traversant la substance à analyser, le flux Φ_2 issu de G_2 traversant la substance de référence; l'ensemble de ces deux flux étant capté par le même récepteur. fig (48)

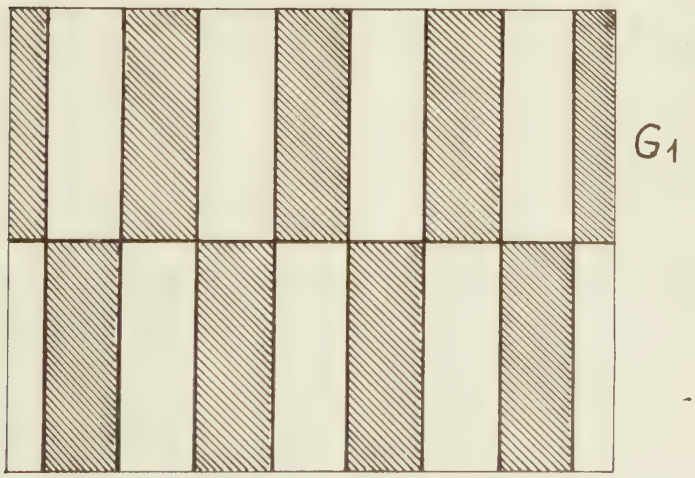


fig. 48

Le montage comprend donc exactement les mêmes éléments que le spectromètre à l'exception de la grille qui est remplacée par une double grille G_1 et G_2 ; les deux parties G_1 et G_2 sont complémentaires et sont réalisées de la même façon que la grille utilisée dans le spectromètre dérivateur.

d) Perspective du montage double faisceau

Il semble que ce montage puisse servir non seulement pour l'étude de faibles absorptions mais également pour l'étude du dichroisme rectiligne, de pouvoir rotatoire, et de dichroisme circulaire, étude que nous nous proposons d'effectuer ultérieurement.

4.3: Spectromètre corrélateur

Pour effectuer les corrélations de spectres, on remplace dans les montages décrits précédemment la grille périodique par une grille dont la transparence est proportionnelle à la transformée de Fourier de la luminance $L_0(\sigma)$ de la substance de référence. Dans la présente étude, nous nous sommes essentiellement intéressés aux domaines spectraux ultraviolet-visible et, dans ces conditions, la grille se réalise simplement en enregistrant sur une plaque photographique les franges d'interférence dues à la source de luminance $L_0(\sigma)$ éclairant l'interféromètre utilisé. Mais, comme nous l'avons vu au chapitre II, il faut considérer le cas des spectres de raies et le cas des spectres continus.

4.3.1 : Cas des spectres de raies :

Une application importante de la corrélation des spectres de raies se rencontre en spectométrie d'absorption atomique ou en spectrométrie de flamme et concerne les raies émises ou absorbées par les métaux. Le plus souvent, ces shectres comportent un nombre de raies pas trop important et l'on peut obtenir des franges d'interférence de bon contraste sur l'ensemble du champ. La réalisation de la grille ne pose alors aucun problème, il suffit en effet de placer une plaque photographique dans le plan de localisation des franges fournies par l'interféromètre éclairé par une lampe à cathode creuse du métal que l'on recherche. Mais le plus souvent ces spectres de raies sont accompagnés d'un spectre continu dû à la flamme. Ce spectre continu fournit quelques franges au voisinage de la frange centrale, franges que l'on a intérêt à supprimer en plaçant par exemple contre la grille un cache d'équation $y = x'^2 F_0(x)$ $\left[x' = \frac{x}{L/2} \right]$

Pour le traitement de ce problème, on peut utiliser comme interféromètre le Sagnac, l'interféromètre à deux Wollastons identiques ou l'interféromètre à deux Wollastons d'épaisseurs différentes. Dans une première étape, nous avons chorsi le dernier interféromètre qui ne nécessite pas d'objectif et présente une très grande compacité. Cependant il présente, par rapport à l'interféromètre à deux Wollastons identiques, une étendue plus faible.

4.3.2 : Cas des spectres d'absorption des gaz (NO_2, SO_2)

Nous avons vu au chapitre II que, pour traiter ce problème, il suffisait de mettre en œuvre un interféromètre qui fournisse quelques franges (une trentaine pour NO_2 et SO_2) au voisinage d'une différence de marche Δ_0, fonction de la périodicité des bandes d'absorption du gaz.

Si l'on utilise un interféromètre biréfringent, qui semble être l'interféromètre le mieux adapté pour traiter ce type de problème, le schéma de principe du montage est alors le suivant (fig.(49)) :

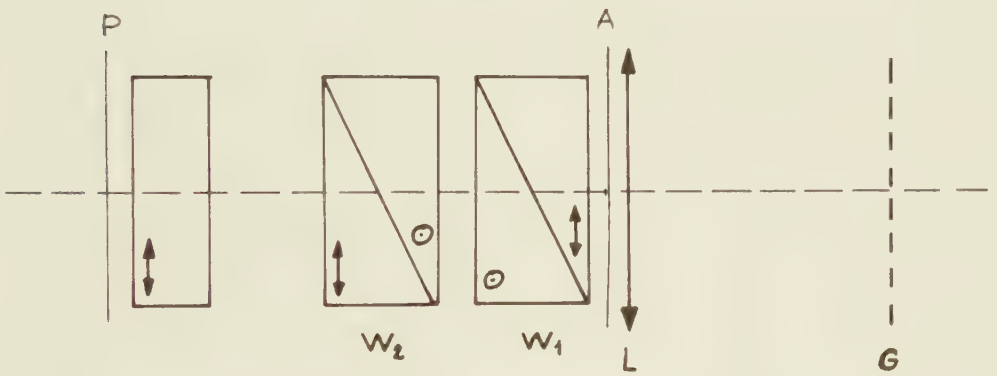


fig. 49

Il comprend, en plus de l'ensemble des deux Wollastons identiques, de l'objectif et de la grille, une lame à faces parallèles en forme de coin taillée parallèlement à l'axe optique du milieu. Cette lame a pour effet de déphaser les deux vibrations transmises par l'interféromètre de la quantité $\varphi = \frac{2\pi e_0 \Delta n}{\lambda}$. Si l'on règle l'épaisseur du coin à une valeur e_0 telle que : $e_0 \Delta n = \Delta_0$, on aura dans le champ d'interférence les franges dues à l'absorption du gaz. L'étude des interférogrammes conduit à des valeurs de e_0 de

l'ordre de 3 mm pour SiO_2, 4 mm pour NO_2. Le nombre de franges étant faible, de l'ordre de $\frac{\lambda}{\Delta\lambda}$, ($\Delta\lambda$ étant la largeur de la bande d'absorption étudiée) il est nécessaire d'adapter les caractéristiques des Wollastons, en particulier leur épaisseur, afin d'obtenir dans le champ d'interférence un nombre de franges égal à $\frac{\lambda}{\Delta\lambda}$. Compte tenu de la faible valeur de $\frac{\lambda}{\Delta\lambda}$ on sera conduit à prendre des épaisseurs pour les Wollastons de l'ordre de quelques mm. Dans ces conditions, l'angle de champ 2θ n'est plus limité par l'interféromètre lui-même, il dépendra des conditions expérimentales.

Exemples. a) Mesure en laboratoire.

On utilise des cellules à gaz dont les dimensions les plus courantes sont : longueur 100 mm, diamètre 40 mm. L'angle de champ est alors uniquement déterminé par la cellule et vaut dans cet exemple $2\theta = 0,4$. Si le nombre de franges mises en jeu est égal à 30, on doit avoir $2\frac{\theta T}{\lambda} = 30$, avec

$T = \frac{2e\Delta n \operatorname{tg}\alpha}{n}$ $\operatorname{tg}\alpha = \frac{e}{l}$ $l = 40$ mm $\lambda = 0,4\mu$ (cas du NO_2)

cela nous conduit à une épaisseur $e = 1,5$ mm.

b) Mesure "in situ".

Si l'on veut étudier la présence d'un gaz dans le panache d'une cheminée, en prenant le ciel comme source lumineuse, et en supposant que l'on vise 2 m de panache à 50 m, l'angle de champ est alors égal à 0,04. On devra donc, dans ce cas, et pour le même

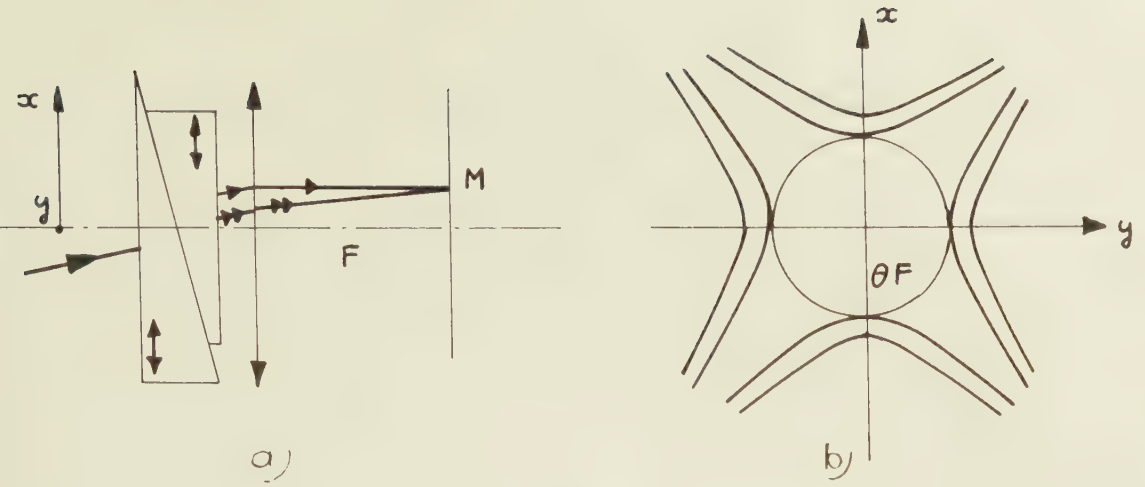
gaz que précédemment mettre en œuvre deux Wollastons d'épaisseur $e = 15$ mm.

Dans le cas où les interférogrammes sont nettement séparés, c'est le cas en particulier pour SO_2 et NO_2, nous avons vu au chapitre II que l'on avait intérêt à mettre en œuvre un interféromètre fournissant une différence de marche constante dans le champ, voisine de $\frac{1}{\delta\sigma}$ ($\delta\sigma$: périodicité des bandes d'absorption), et correspondant à un maximum ou à un minimum d'éclairement. Pour cela, considérons uniquement le phénomène d'interférence fourni par le coin taillé parallèlement à l'axe et d'épaisseur e_o - fig.(50a). On sait que l'on obtient, dans ces conditions, des franges de forme hyperbolique localisées à l'infini et de contraste unitaire quelle que soit l'étendue de la source. fig.(50b).

La différence de marche des vibrations qui interfèrent en un point de coordonnées x et y du plan focal - fig. (50b) - est :

$$\Delta = e_o \Delta n \left[1 + \frac{1}{2n_o}\left(\frac{y^2}{n_e} - \frac{x^2}{n_o}\right)\frac{1}{F2}\right]$$

et l'on obtient donc bien des franges hyperboliques représentées sur la fig. (50b).



- 50

La différence de marche au centre est égale à $\Delta_0 = e_0 \Delta n$;

Soit un point M_1 sur l'axe ox tel que cette différence de marche ait varié depuis le centre de $\frac{\lambda}{4}$ c'est-à-dire tel que :

$$\Delta(M_1) = \Delta_0 \left(1 - \frac{1}{2 n_0^2} \cdot \frac{x^2}{F^2}\right) = \Delta_0 - \frac{\lambda}{4}$$

soit $\frac{x^2}{F^2} = \frac{n_e^2 \lambda}{\Delta_e^2}$.

Soit de même un point M_2 de l'axe oy tel que

$$\Delta(M_2) = \Delta_0 \left(1 + \frac{1}{2 n_0 n_e} \cdot \frac{y^2}{F^2}\right) = \Delta_0 + \frac{\lambda}{4}$$

n_e étant, dans le cas du quartz, voisin de n_e, on aura :

$$\frac{y^2}{F^2} = \frac{x^2}{F^2} = \frac{n_o^2 \lambda}{\Delta_e^2}.$$

Si l'on place dans le plan focal de l'objectif un diaphragme de rayon angulaire θ tel que

$$\theta = \sqrt{\frac{n_o^2 \lambda}{2 \Delta_e}}$$

on obtient, à l'intérieur de ce diaphragme, un état d'in-

terférence constant. Le but recherché est donc atteint, mais encore faut-il que cet angle θ soit suffisamment grand pour permettre un gain d'étendue appréciable par rapport au spectromètre corrélateur à fentes. Or, pour l'étude de NO_2 ou de SO_2, $\frac{\Delta_0}{\lambda}$ est de l'ordre de 100 ce qui permet d'utiliser un angle de champ $2\theta = 0,2$. Cet angle, compte tenu des exemples que nous avons pris ci-dessus, est tout à fait acceptable.

CHAPITRE V
Modulation et détection du signal.

1 : Introduction.

Nous avons vu que le flux lumineux pouvait se mettre - dans le cas où l'interféromètre utilisé est le Sagnac - sous la forme:

$$d\Phi = \frac{1}{A} L(\sigma)\, d\sigma\, S \bar{F}_0 \Omega \left[1 + \frac{1}{2} \cos 2\pi \frac{x_0}{p} H_0(\sigma')\right]$$

- dans le cas où l'interféromètre est biréfringent:

$$d\Phi = \frac{1}{B} L(\sigma)\, d\sigma\, S \bar{F}_0 \Omega \left[1 + \frac{1}{2} \sin 2\alpha\, H_0(\sigma')\right].$$

Pour moduler le coefficient de $H_0(\sigma')$, il suffit donc, dans le premier cas, de faire varier x_0, qui représente la position des franges par rapport à la grille, suivant une loi connue du temps. Dans le deuxième cas, il suffit de faire tourner la direction du polariseur ou de l'analyseur suivant également une loi connue du temps. On a intérêt à ce que la loi choisie fournisse un signal sinusoïdal afin de pouvoir utiliser comme détection une détection synchrone qui permet d'extraire de façon linéaire de très faibles signaux noyés dans le bruit. Dans la présente étude, nous nous sommes essentiellement intéressés aux domaines spectraux visible et ultraviolet et nous avons utilisé comme récepteurs de flux des tubes photomultiplicateurs dont le bruit interne est très faible. Les signaux à traiter seront

donc accompagnés d'un bruit dû au flux non modulé égal à :

$\Phi = \frac{1}{4} S \bar{F}_o \Omega \int L(\sigma) d\sigma$, dans le cas du Sagnac,

$\Phi = \frac{1}{8} S \bar{F}_o \Omega \int L(\sigma) d\sigma$, dans le cas des interféromètres biréfringents.

I. 2 . Etude de la modulation du signal.

2.1. Cas où l'interféromètre est un Sagnac.

2.1.1. Principe :

Dans l'étude de la fonction d'appareil théorique, nous avons supposé que $\frac{x_o}{p} = Nt$. Cela implique que la grille se déplace à vitesse constante dans le plan de localisation des franges perpendiculairement à celles-ci. La mise en pratique d'une telle loi exige la mise en œuvre d'un mouvement en dents de scie de la grille. Or un tel mouvement est très difficile à réaliser ; aussi nous sommes nous orientés vers une autre solution qui permet d'obtenir simplement un signal sinusoïdal. En effet, supposons que la loi de variation de x_o soit de la forme :

$$x_o = X_o + \varepsilon \sin 2\pi f t$$

Dans ces conditions, nous avons :

$$\cos 2\pi \frac{x_o}{p} = \cos 2\pi \frac{X_o}{p} J_o\left(\frac{2\pi\varepsilon}{p}\right) - \sin 2\pi \frac{X_o}{p} \cdot 2 J_1\left(2\pi \frac{\varepsilon}{p}\right) \sin 2\pi f t$$
$$+ \cos 2\pi \frac{X_o}{p} \cdot 2 J_2\left(2\pi \frac{\varepsilon}{p}\right) \cos 4\pi f t + \dots$$

On obtiendra donc un flux modulé maximum :

- à la fréquence f si $\sin 2\pi \frac{X_0}{P} = 1$ soit $X_0 = \frac{P}{4}$

et $\varepsilon \simeq \frac{P}{3,5}$ ce qui entraîne que $2 J_1(2\pi \frac{\varepsilon}{P}) = 1,16$

- à la fréquence $2f$ si $\cos 2\pi \frac{X_0}{P} = 1$ soit $X_0 = 0$

et $\varepsilon \simeq \frac{P}{2}$ ce qui entraîne que $2 J_2(2\pi \frac{\varepsilon}{P}) = 0,96$.

On aura donc un signal pratiquement de même amplitude que l'on effectue une détection à la fréquence f ou à la fréquence $2f$.

Il est intéressant de remarquer que si l'on effectue la détection du signal de fréquence f en se plaçant dans les conditions optimum, c'est-à-dire en particulier si $\sin 2\pi \frac{X_0}{P} = 1$, nous avons alors $\cos 2\pi \frac{X_0}{P} = 0$ et l'amplitude du courant modulé à la fréquence $2f$ est alors nulle. On pourra donc utiliser un signal détecté à la fréquence $2f$ comme signal d'erreur afin d'asservir la position des franges par rapport à la grille de façon que X_0 reste bien constant notamment lorsque le dédoublement varie de façon continue.

Afin de s'affranchir de cette position X_0 des franges par rapport à la grille un autre dispositif a été imaginé par J. Sabater. Nous avons vu que, si l'on effectue une détection synchrone à la fréquence f, le signal obtenu a une amplitude proportionnelle à $S_1 = 2 J_1\left(\frac{2\pi\varepsilon}{P}\right) \sin 2\pi \frac{X_0}{P}$; de même une détection à la fréquence $2f$ fournit un signal proportionnel

à : $S_2 = 2 J_2\left(\frac{2\pi\varepsilon}{P}\right) \cos 2\pi \frac{X_0}{P}$.

Si l'on choisit l'amplitude de la vibration ε telle que:

$$J_1\left(\frac{2\pi\varepsilon}{P}\right) = J_2\left(\frac{2\pi\varepsilon}{P}\right)$$

ce qui s'obtient pour $\varepsilon \simeq \frac{P}{2,4}$, on a alors $J_1 = J_2 = 0,46$ et $S_1 = 0,92 \sin 2\pi \frac{X_0}{P}$ et $S_2 = 0,92 \cos 2\pi \frac{X_0}{P}$. On peut alors, disposant de S_1 et S_2, réaliser l'opération $S = \sqrt{S_1^2 + S_2^2} = 0,92$ et cela quelle que soit la valeur de X_0.

2.1.2 : Réalisation pratique.

Pour la mise en œuvre de cette modulation, nous avons choisi de faire vibrer les franges par rapport à la grille en fixant, dans une première étape, l'objectif de sortie de l'interféromètre sur un parallélogramme déformable excité par un moteur de haut parleur : fig(51)

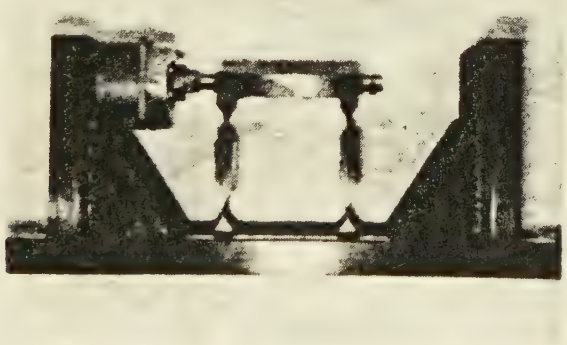


fig. 51

Ce montage nous a permis d'obtenir les premiers spectres mais nous l'avons abandonné car il présentait certains inconvénients majeurs; en particulier il produisait des vibrations importantes sur le reste du montage ce qui rendait très difficile le réglage de X_0.

à la valeur optimum. D'autre part, le moteur de haut-parleur excitateur rayonnait un champ électromagnétique important qui, malgré les précautions d'isolation du photomultiplicateur, engendrait dans ce tube un courant modulé à la fréquence d'excitation, ce qui rendait impossible la détection de faibles raies.

Dans une deuxième réalisation, nous avons fait vibrer les franges par rapport à la grille en plaçant entre celle-ci et l'objectif un miroir m mobile autour d'un axe parallèle aux franges et excité par une céramique piézo-électrique : fig. (52)

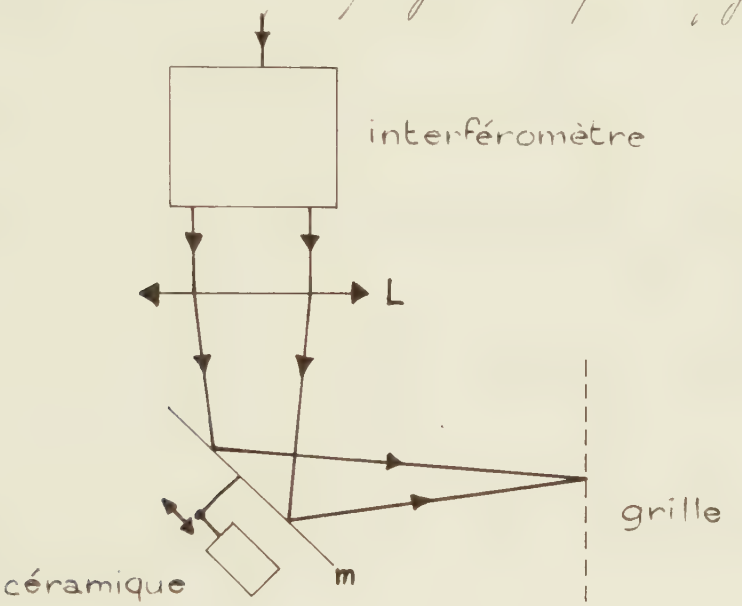


fig. 52

Le support du miroir m est en magnésium ; il est fixé à un bâti par l'intermédiaire de deux pivots à lames. Son mouvement de rotation alternative est assuré par la céramique C qui excite l'extrémité q d'une queue solidaire du support du miroir ; les distances d et D sont choisies de telle sorte qu'une élongation de 3 μ de la céramique fournisse l'amplitude optimum pour le déplacement des franges lorsque celles-ci ont un pas de 0,1 mm.

La céramique utilisée est, en fait, double : fig. (53).

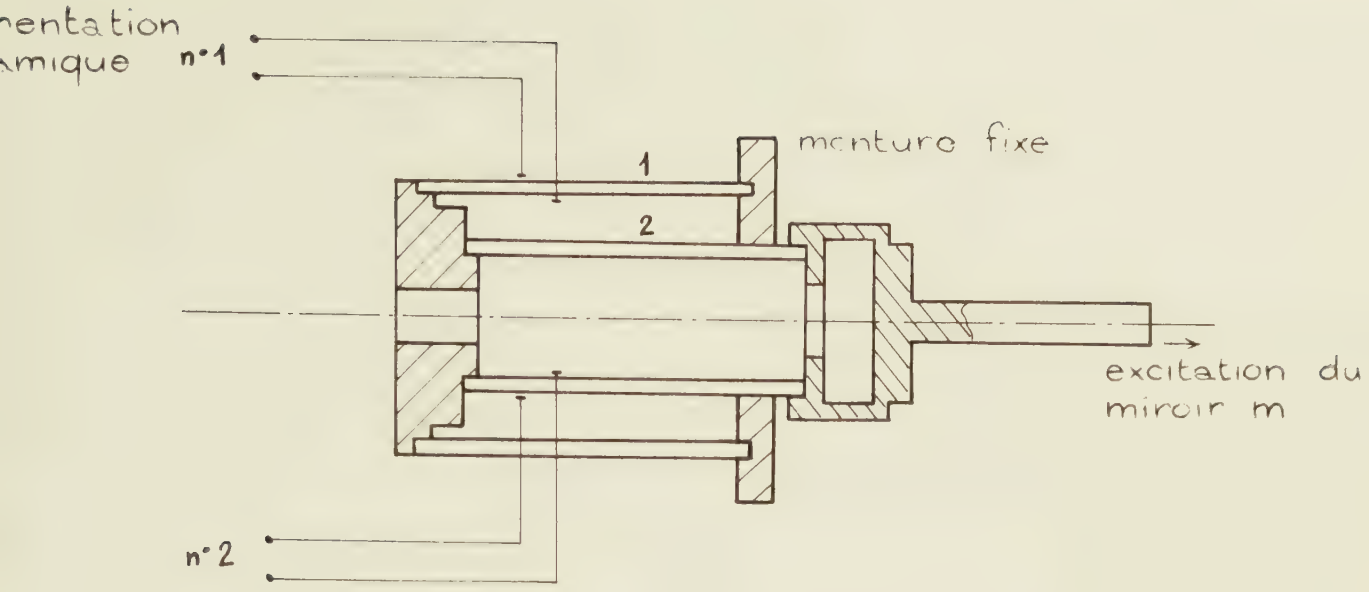


fig. 53

l'une des céramiques est excitée à la fréquence f, l'autre céramique permet éventuellement d'asservir la position moyenne des franges en utilisant le signal d'erreur fourni par la détection à la fréquence 2f conformément au principe indiqué ci-dessus. L'élongation fournie par cette céramique est de 1 µ par 100 volts d'excitation, la tension maximum applicable étant de l'ordre de 3 000 volts. Ce dispositif s'est avéré très fiable et permet des réglages plus précis que le montage utilisant un moteur de haut parleur. Les résultats expérimentaux obtenus avec ce système seront présentés au chapitre VI.

2.2. Cas où l'interféromètre est biréfringent :

2.2.1 : Principe.

Dans ce cas le flux tombant sur le récepteur peut se mettre sous la forme :

$$d\phi = \frac{1}{8} L(\sigma)\, d\sigma\, S\, \bar{F}_o\, \Omega \left[1 + \frac{1}{2} \sin 2\pi\, H_o(\sigma')\right]$$

α représentant la direction du polariseur ou de l'analyseur par rapport à l'une des directions des vibrations transmises par l'interféromètre.

Il existe dans ce cas deux méthodes d'obtention de la modulation :

- on peut faire tourner le polariseur ou l'analyseur à vitesse constante ; dans ces conditions $\alpha = 2\pi f t$ et l'on obtient un signal purement sinusoïdal ;
- on peut laisser fixes le polariseur et l'analyseur mais placer après le polariseur une cellule à biréfringence variable excitée électriquement.

2.2.2. Cas où la modulation est obtenue par rotation du polariseur ou de l'analyseur :

Le principe d'obtention de la modulation dans ce cas est particulièrement simple. De façon pratique, la réalisation consiste à fixer un polaroïde sur un roulement à billes entraîné par l'intermédiaire d'une courroie par un moteur synchrone ; un signal de référence est facilement obtenu par l'intermédiaire d'une photodiode recevant le flux émis par une source auxiliaire ; ce flux est haché à la fréquence $2f$ par un disque évidé solidaire de la monture du polaroïde. Cependant ce montage présente quelques inconvénients. Il est en effet difficile d'obtenir une fréquence de modulation supérieure à une centaine de Hertz. D'autre part, les polaroïdes présentent souvent des défauts d'homogénéité

d'épaisseur et de transparence dont nous allons étudier maintenant les effets.

a) Effet des non-homogénéités d'épaisseur.

Cette non-homogénéité se manifeste si le polaroïde tournant est placé dans une région de l'espace où les deux rayons, transportant les vibrations qui interfèrent, ne sont pas confondus. Elle se constate en plaçant le polaroïde à la sortie de l'interféromètre et en le faisant tourner lentement. En effet deux vibrations qui vont interférer traversent cet analyseur en deux points différents; donc, si l'épaisseur de l'analyseur n'est pas uniforme, en tournant ce dernier on doit voir la frange centrale se déplacer et, en particulier, occuper deux positions différentes pour une rotation de π. Dans cette observation, le déplacement de la frange centrale est de l'ordre de plusieurs interfranges, ce qui exclut la production de la modulation par rotation de l'analyseur ainsi disposé. Par contre, cette non-homogénéité est sans influence si l'on fait tourner soit le polariseur placé à l'entrée de l'interféromètre car les deux vibrations qui vont interférer se propagent dans cet espace suivant le même rayon, soit l'analyseur, mais celui-ci étant placé après la grille.

b) Effet des non-homogénéités de transparence.

Si le faisceau lumineux tombant sur le polariseur est parfaitement isotrope et uniforme, la rotation de ce polariseur ne doit entraîner aucune modulation même si sa transparence n'est pas

uniforme. Or il suffit de faire l'expérience en plaçant simplement sur le faisceau entre la source et le détecteur un polariseur tournant pour mettre en évidence un taux de modulation non négligeable. Tout se passe comme si le polariseur avait une transparence $\mathcal{T}(\beta)$ (β angle de la direction du polariseur avec une direction quelconque)

Nous allons montrer qu'il est possible de supprimer cette modulation parasite en faisant tomber sur le polariseur une lumière polarisée elliptiquement. Soit en effet X et Y les deux directions transmises par l'interféromètre biréfringent, P et A les directions du polariseur et de l'analyseur et X_0 et Y_0 les directions des axes de la lumière elliptique tombant sur le polariseur et d'équation $\frac{X_0^2}{a^2} + \frac{Y_0^2}{b^2} = 1$: fig (54)

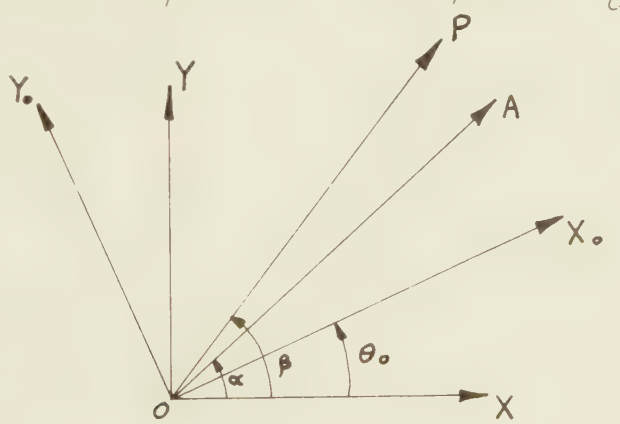


fig 54

Si $\alpha = \frac{\pi}{4}$ l'éclairement des franges d'interférence peut se mettre sous la forme:

$$dE = \frac{1}{4} L(\sigma) d\sigma \Omega . \mathcal{T}(\beta) \left[a^2 \cos^2\theta + b^2 \sin^2\theta \right] \left[1 + \sin 2\beta . \cos 2\pi\sigma\Delta \right]$$

alors que, si la lumière qui tombe sur le polariseur est naturelle,

on a :

$$dE = \frac{1}{4} L(\sigma)\, d\sigma\, \Omega\, \mathcal{C}(\beta)\left[1 + \sin 2\beta \cos 2\pi\sigma\Delta\right],$$

or, si $\beta = 2\pi f t$, $\mathcal{C}(\beta)$ peut se mettre sous la forme, en ne s'intéressant qu'à la fréquence $2f$

$\mathcal{C}(\beta) = 1 + A\cos 4\pi f t + B \sin 4\pi f t$. A et B étant petits devant 1.

En remplaçant θ par sa valeur soit $\theta = \beta - \theta_0 = 2\pi f t - \theta_0$, dans l'expression de l'éclairement on trouve des termes en $\sin 4\pi f t$ qui comprennent — le signal d'amplitude proportionnelle à :

$(a^2 + b^2) \sin 4\pi f t$ — et un terme parasite d'amplitude proportionnelle à : $\left[B(a^2+b^2) + (a^2-b^2)\sin 2\theta_0\right] \sin 4\pi f t$.

Pour annuler ce terme, il suffit de choisir l'ellipticité de la vibration incidente et l'orientation des axes de l'ellipse de telle sorte que :

$$\sin 2\theta_0 = B\,\frac{b^2+a^2}{b^2-a^2}$$

Les termes en $\cos 4\pi f t$ ne sont à priori pas gênants puisqu'ils seront en quadrature avec le signal, donc non détectés par la détection synchrone, à condition qu'ils ne saturent pas l'amplificateur d'entrée.

Ces termes ont une amplitude proportionnelle à :

$$(a^2 - b^2)\cos 2\theta_0 + A\,(a^2 + b^2).$$

On peut également le compenser en jouant sur la position de l'analyseur. En effet, si $\alpha \neq \frac{\pi}{4}$, il faut ajouter au terme précédent également $(a^2+b^2)\cos 2\alpha$. Mais, dans ces conditions,

on perd sur le signal, qui est multiplié par $\sin 2\alpha < 1$.

Pour créer cette vibration elliptique, il suffit de placer devant le polariseur une lame de verre sous une incidence convenable que l'on détermine expérimentalement en annulant le signal détecté lorsque le spectromètre n'est pas accordé sur une longueur d'onde. Dans ces conditions, on perd très peu en luminosité, le coefficient de réflexion de la lame étant de l'ordre de 4%.

2.2.3 : Cas où la modulation est obtenue par biréfringence variable.

On sait que l'on peut créer une biréfringence variable en excitant un matériau par une tension mécanique ou électrique. Depuis quelques années, de nombreux modulateurs électro-optiques ont été mis au point en utilisant ce principe. Pour être utilisable dans notre dispositif, un tel modulateur doit pouvoir admettre une étendue au moins égale à celle de l'interféromètre. Les modulateurs photo-élastiques semblent très bien répondre à cette exigence. Considérons donc un matériau isotrope qui, sous l'action d'une force, devienne anisotrope uniaxe, l'axe étant parallèle à l'une des directions privilégiées transmises par l'interféromètre. Si l'on dispose ce matériau entre le polariseur et l'interféromètre et que la force appliquée soit périodique, les deux vibrations transmises par l'interféromètre vont être déphasées de façon également périodique. On obtiendra

-donc, si le polariseur et l'analyseur sont parallèles et orientés -à 45° -des -directions transmises par l'interféromètre, un éclairement -dans le -champ -d'interférence -égal -à :

$$dE = \frac{1}{4} L(\sigma)\, d\sigma\, \Omega \left[1 + \cos 2\pi\sigma(\Delta - \Delta_0)\right]$$

avec $\Delta_0 = e\,\Delta n = \varepsilon \sin 2\pi f t$, e étant l'épaisseur -du matériau et Δn la biréfringence variable induite.

Dans ces conditions, le flux transmis par la grille placée -dans le plan des franges est égal à :

$$d\Phi = \frac{1}{8} L(\sigma)\, d\sigma\, S\bar{F}\,\Omega \left[1 + \frac{1}{2} \cos 2\pi\sigma\Delta_0 H_0(\sigma')\right] \quad \text{avec}$$

$$\cos 2\pi\sigma\Delta_0 = \cos 2\pi\sigma\varepsilon \sin 2\pi f t = J_0(2\pi\sigma\varepsilon) + 2J_2(2\pi\sigma\varepsilon)\cos 4\pi f t + \dots$$

On -obtient donc une modulation à la fréquence $2f$ -dont l'amplitude est maximum pour $\varepsilon \simeq \frac{\lambda}{2}$ $(2\pi\sigma\varepsilon = 3)$.
Dans ces conditions, $2J_2(2\pi\sigma\varepsilon) = 0,96$.

Un tel modulateur a été testé avec succès sur les montages biréfringents. Il est constitué par une lame de fluorine excitée par une céramique piézo-électrique -à la fréquence de 50 KHz, ce qui fournit une modulation à KHz.

Ce type de modulateur permet de fonctionner -à -des fréquences plus élevées -qu'en utilisant le polariseur tournant ; il présente de plus l'avantage de ne pas introduire de modulation parasite. Cependant son coût est encore relativement élevé.

Etude de la détection du signal :

1. Introduction :

Le flux émergent du spectromètre est capté par un récepteur photoélectrique qui peut être, soit un tube photomultiplicateur, soit un récepteur à semi-conducteur du type photorésistant, phototransistor à effet de champ, photodiode P.I.N., etc, Des progrès très récents ont été accomplis dans la fabrication des derniers composants cités permettant en particulier leur utilisation dans l'ultraviolet ; nous étudions actuellement leur mise en œuvre dans notre dispositif ; cependant, dans la quasi totalité des expériences que nous avons réalisées, les récepteurs utilisés étaient des photomultiplicateurs ; aussi, dans la suite de cette étude, le détecteur cité sera toujours un tel récepteur.

Le flux tombant sur ce récepteur donne naissance, dans notre appareil, à un courant (le plus souvent continu) et à un courant alternatif dont la fréquence dépend du type de modulation choisie comme nous l'avons indiqué au paragraphe précédent. La détection que a priori semble être la plus intéressante pour ce type de modulation est la détection synchrone, maintenant très couramment répandue et dont le schéma de principe est rappelé sur la fig (55)

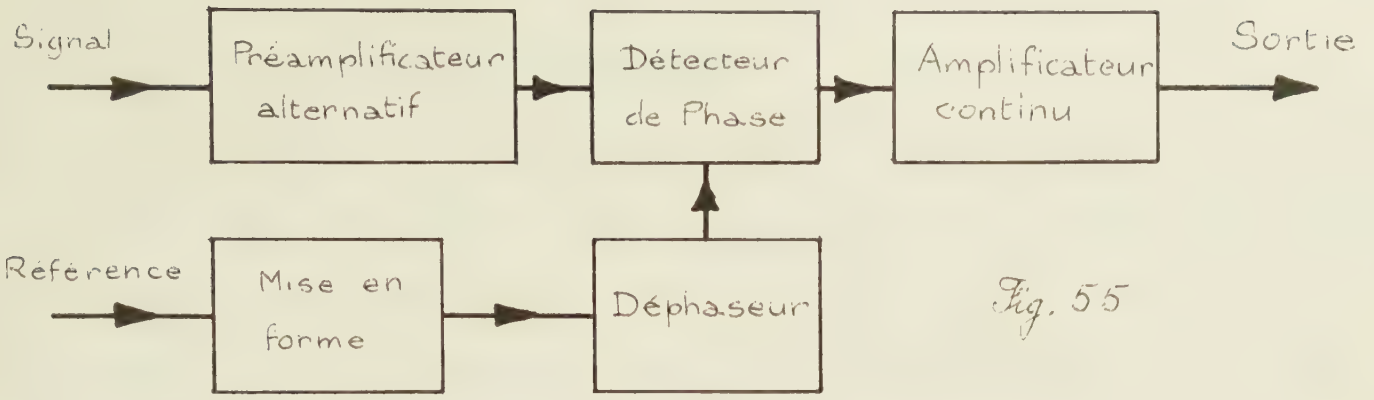


Fig. 55

Un tel détecteur comprend un préamplificateur alternatif qui, suivant les modèles, possède soit une bande passante large, c'est le cas dans le ORTEC-BROOKDEAL, le P.A.R., soit une sélectivité importante, c'est le cas dans le TEKELEC 9000. C'est ce dernier appareil que nous possédions et que nous avons utilisé dans toutes nos expériences

Le signal amplifié est ensuite comparé à une référence de même fréquence que le signal. Cette référence ayant souvent une forme quelconque la voie référence doit posséder un circuit de mise en forme. D'autre part, il est nécessaire de mettre signal et référence en phase ce qui nécessite l'usage d'un déphaseur de précision.

La partie essentielle du détecteur synchrone est constituée par le détecteur de phase, le filtre passe-bas et l'amplificateur continu de sortie. Cet ensemble est caractérisé par sa réserve de dynamique, sa dynamique d'entrée et sa dynamique de sortie.

3.2 Réserve de dynamique:

On définit ce paramètre r par le rapport entre la tension non cohérente (bruit) maximum permise à l'entrée et la valeur du signal utile en phase avec la référence et fournissant un signal de sortie pleine échelle. Cette réserve de dynamique est comprise entre 40 et 60 db soit 100 et 1000 suivant les types d'appareils.

Exemple: Soit un détecteur synchrone possédant une réserve de dynamique $r = 1000$, une tension de sortie maximum de 1 V continu. Pour un signal utile de $S = 0,1$ mV, on utilisera un gain total $g = 10^4$; la tension non cohérente maximum admissible sera $b = r \times S = 100$ mV.

Si la tension du bruit est supérieure, on sera amené à la réduire en utilisant, soit un préfiltrage, soit un détecteur de sortie sensible (enregistreur). Si l'on effectue un préfiltrage, cela n'introduit aucune amélioration du rapport signal sur bruit de sortie qui ne dépend que de la bande passante du filtre passe bas. Mais le préfiltrage peut être nécessaire afin que la tension non cohérente ne sature pas l'ensemble détecteur de phase amplificateur de sortie. Si le préfiltrage est indispensable, il est toujours préférable d'utiliser un filtre à bande large plutôt qu'un amplificateur sélectif à facteur de qualité Q élevé. On se rend compte, en effet, sur les caractéristiques de la fig (56)

représentant les courbes de réponse en amplitude et en phase d'un amplificateur à bande large et d'un amplificateur sélectif qu'une instabilité de la fréquence du signal est pratiquement sans effet dans le premier cas et, par contre, se traduit par une variation importante de l'amplitude et de la phase dans le second cas.

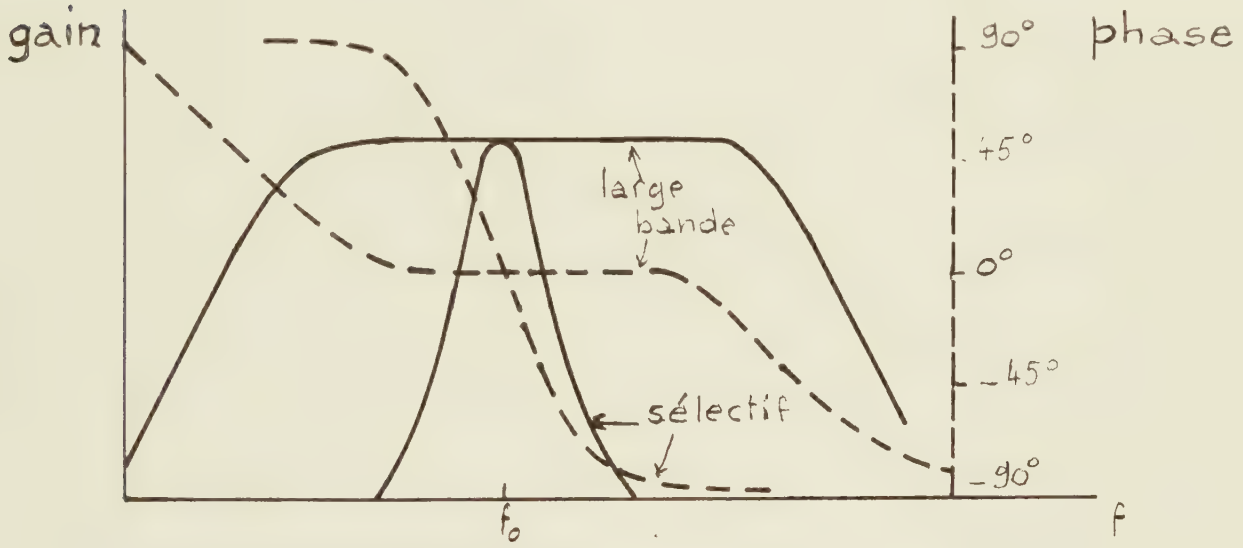


Fig 56.

3.3. Dynamique d'entrée :

L'ensemble détecteur de phase amplificateur de sortie doit également présenter une grande stabilité ; cette stabilité, définie par la dynamique d'entrée, détermine le rapport signal sur bruit minimum que le système peut supporter. On définit cette dynamique d'entrée par le rapport entre la tension non cohérente (bruit) maximum à l'entrée sans saturation et le signal utile d'entrée minimum que l'on peut détecter ("minimum détectable") pour la même sensibilité. Le minimum

détectable étant par définition égal à l'erreur en sortie due à la dérive de l'amplificateur continu et à la réjection des signaux non en phase, cette erreur étant ramenée à l'entrée en fonction du gain.

Exemple : Reprenons l'exemple précédent :

réserve de dynamique : $T = 1000$

tension maximum de sortie : 1 volt

dérive de zéro : 0,1 % par degré (10^{-3})

réjection non en phase : 0,5 % (5.10^{-3})

L'erreur totale de sortie sera donc pour une variation de température de l'ordre de 5° C : $5.10^{-3} + 5.10^{-3} = 10^{-2}$ volt.

Si la tension utile est de 0,1 mV, donc si le gain est de 10^4, l'erreur ramenée à l'entrée est $\frac{10^{-2}}{10^4} = 10^{-6}$ volt. La tension maximum de bruit permise pour qu'il n'y ait pas saturation est : $b = 100\ mV = 0,1\ V$, d'où la dynamique d'entrée :

$$d_E = \frac{0,1}{10^{-6}} = 10^5 \quad \text{soit } 100\ db.$$

3.4 : Dynamique de sortie :

Enfin un tel système de mesure doit présenter une dynamique de sortie importante lorsque l'on veut observer de faibles variations du signal d'entrée. Cette dynamique de sortie est par définition égale au rapport entre la tension de sortie et l'erreur en sortie pour une même sensibilité. Dans l'exemple précédent, l'erreur en sortie est de 10^{-2} V pour une tension

maximum de sortie de 1 V, la dynamique de sortie est donc $d_S = \frac{1}{10^{-2}} = 100$ soit 40 db, ce qui permet de détecter à cette même sensibilité une variation de 1 % du signal d'entrée soit des variations de 1 μV. Notons que la dynamique de sortie est liée à la dynamique d'entrée et à la réserve de dynamique par la relation :

$$d_E = d_S \times r .$$

En conclusion, la dynamique d'entrée indique si l'appareil est capable de fonctionner correctement pour un rapport signal sur bruit déterminé. La réserve de dynamique indique quant à elle si l'appareil peut fournir un signal de sortie pleine échelle dans des conditions déterminées.

On peut toujours rendre compatible le bruit à l'entrée avec la réserve de dynamique en opérant un préfiltrage avec, de préférence, un filtre à bande passante large. Si l'on veut éviter les inconvénients du préfiltrage, il est alors nécessaire d'utiliser un appareil de lecture très sensible à la sortie, un enregistreur par exemple. Les performances d'un détecteur synchrone sont donc limitées par le bruit à l'entrée du système.

5. Etude des sources de bruit dans la chaîne de mesure :

Il nous faut donc évaluer les différentes sources de bruit dans le

montage expérimental qui comprend le photomultiplicateur (P.M), la résistance de charge R., le préamplificateur alternatif (P.A.), le détecteur synchrone (D.S) et l'enregistreur E - fig(57)

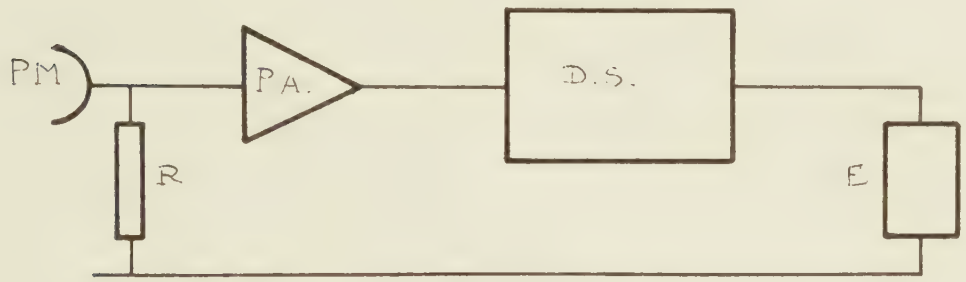


Fig 57

Le photomultiplicateur est une source de signal caractérisé par le courant I et une source de bruit caractérisé par I_S, la résistance de charge est une source de bruit thermique I_T, le préamplificateur est une source de bruit que l'on peut assimiler à un générateur de courant de bruit I_n et un générateur de tension de bruit E_n.

Ces différentes sources de signal et de bruit peuvent être représentées sur le schéma équivalent suivant : - fig.(58) -

Le rapport signal sur bruit en puissance à l'entrée du détecteur synchrone sera :

$$\frac{P_s}{P_b} = \frac{R^2 I^2}{\left[E_n^2 + 4kTR + R^2(I_s^2 + I_n^2)\right]\Delta f}$$

en appelant Δf la bande passante qui est celle du photomultiplicateur, si les liaisons entre la sortie du photomulti-

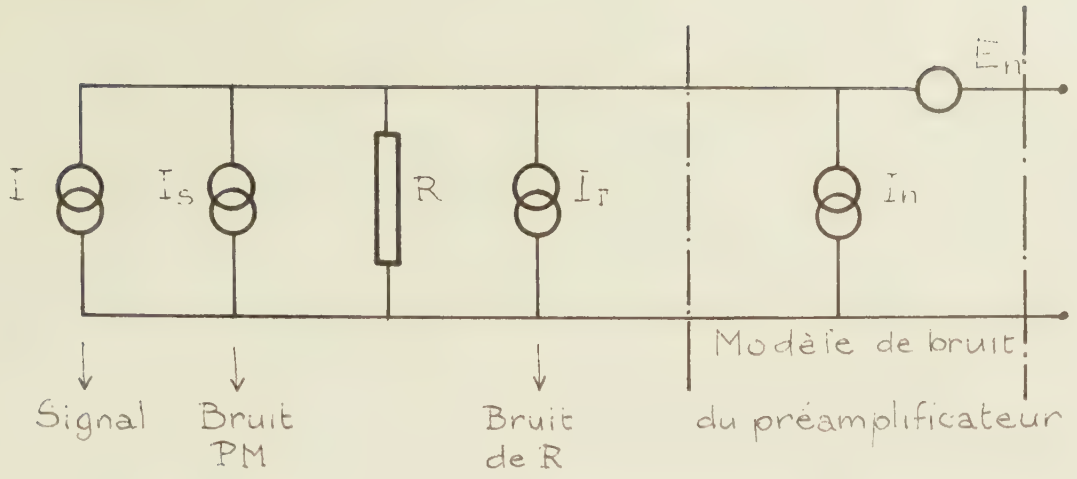


Fig. 58

plicateur et le détecteur n'introduisent pas de capacité parasite. Or, dans les détecteurs synchrones, cités précédemment, $R^2 I_n^2$ est négligeable, même pour des résistances de charge de l'ordre du mégohm, devant E_n^2 qui est de l'ordre de 9.10^{-16} V/Hz. Pour une résistance de charge de l'ordre de $5.10^4 \Omega$ $4kTR \simeq 8.10^{-16}$. Il nous reste à déterminer l'ordre de la grandeur de la puissance de bruit du P.M. $R^2 I_s^2$ devant les autres puissances de bruit 17.10^{-6} V/Hz. Pour que $R^2 I_s^2$ soit petite devant 17.10^{-16} il faut que I_s^2 soit petit devant 68.10^{-26} A. Or, si la source de bruit est le bruit de photons $I_s^2 = 2 e G I_m$ (e : charge de l'électron, G, de l'ordre de 10^7, gain du photomultiplicateur et I_m courant moyen débité par le photomultiplicateur). Pour que I_s^2 soit petit devant 68.10^{-26} A, il est nécessaire que I_m soit petit devant 2.10^{-4} nA, c'est-à-dire très inférieur au courant d'obscurité des photomultiplicateurs courants. Le rapport signal sur bruit d'entrée sera donc en puissance égal à :

$\frac{P_s}{P_b} = \frac{I^2}{I_s^2 \Delta f}$ donc indépendant de la résistance de charge du photomultiplicateur, et fonction du spectre analysé, en particulier du nombre d'éléments spectraux tombant sur ce récepteur qui déterminent I_m et, dans ces conditions, comme nous l'avons indiqué au chapitre I, le gain que l'on pourra obtenir par cette méthode dépendra du rapport entre le gain d'étendue obtenue et ce nombre d'éléments spectraux.

CHAPITRE VI
Résultats expérimentaux.

VI. 1. Introduction.

Dans l'étude expérimentale, nous avons eu pour but essentiellement de vérifier les principes de cette méthode spectrométrique ainsi que les différentes possibilités qu'elle offre : spectrophotomètre double faisceau, corrélation de spectres ou de leurs dérivées. Dans cette étude, nous avons utilisé tour à tour l'interféromètre de Sagnac (fig. 36 - page 123), l'interféromètre à deux prismes de Wollaston identiques (fig. 42 - page 141). Quant au montage à deux Wollastons d'épaisseurs différentes (fig. 44 - page 154), il est actuellement en cours d'exploitation dans le domaine de la spectrométrie de flamme, en vue d'étudier la contribution de ce dispositif pour les corrélations de spectres de raies. Pour l'étude expérimentale de la corrélation des spectres continus, nous avons réalisé un premier montage en utilisant les composants que nous possédions au laboratoire, montage assez différent de celui que nous nous proposons de construire ultérieurement et dont nous avons fait état (pages 153 et 155). Nous décrirons ce montage dans la suite de ce mémoire ; bien que peu performant, compte-tenu de la dimension des composants optiques

utilisés, il nous a permis d'effectuer une première comparaison pour le dosage de NO_2 avec le seul spectromètre industrialisé actuellement : le Barringer.

VI. 2. Etendue des différents montages utilisés.

Avec le Sagnac, nous avons travaillé avec des résolutions variables jusqu'à 4 000. Avec l'interféromètre à Wollastons identiques, nous avons travaillé avec une résolution variable comprise entre 400 et 800. Avec le montage à Wollastons d'épaisseurs différentes, nous avons travaillé avec une résolution de l'ordre de 600.

Avec le Sagnac, nous avons utilisé comme objectif un Clairaut de 500 mm de focale et de 50 mm de diamètre, comportant un angle de champ égal à $1,2.10^{-1}$ radian. Dans ce cas, c'est l'objectif qui définit la pupille de sortie du système.

L'étendue est alors égale à (page 90) :

$$U = 22\left(1 - \frac{R}{R_M}\right)^2$$

soit, si $R \ll R_M$: $\boxed{U = 22 \text{ mm}^2.\text{stéradian}}$

Avec l'interféromètre birifringent, l'objectif est un Clairaut permettant de fonctionner dans le proche ultraviolet, afin de faire ultérieurement des essais dans ce domaine spectral. Les caractéristiques de ce doublet sont : focale 600 mm, diamètre

40 mm. Dans ce montage, la pupille de sortie est définie par les Wollastons de dimensions utiles 20 mm × 20 mm et de 20 mm d'épaisseur. Nous avons utilisé une grille de même dimension que lorsque l'interféromètre est un Sagnac (cette dimension pourrait être plus grande même dans ce premier montage, mais nous étions limités par la dimension du support de grille que nous possédions).

On a donc, dans ce cas, une étendue égale à, toujours si $R \ll R_M$:

$$U = 3 \text{ mm}^2 . \text{stéradian}$$

Prenons un exemple : un spectromètre à fentes, utilisant un réseau holographique de 1200 traits par mm², de 40 mm de côté et de 200 mm de focale, et des fentes de 10 mm de hauteur (spectromètre H_{20} de Jobin Yvon) possède une étendue

$$U = \frac{50}{R} \text{ mm}^2 . \text{stéradian} \quad (R : \text{résolution réelle})$$

Par rapport à ce spectromètre, et dans la gamme de résolution où nous nous sommes placés, c'est-à-dire $R \ll R_M$, le gain d'étendue de nos dispositifs est représenté sur la figure (59.a) en fonction de R.

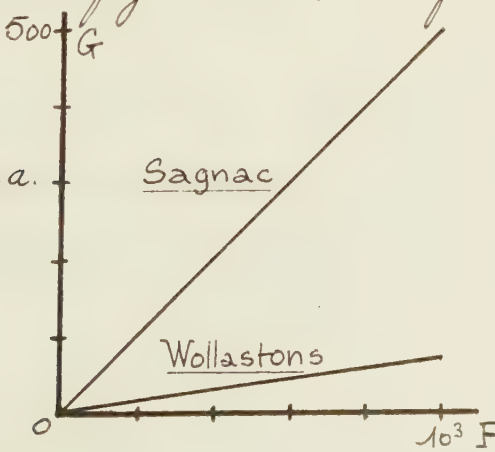


Fig. 59. a.

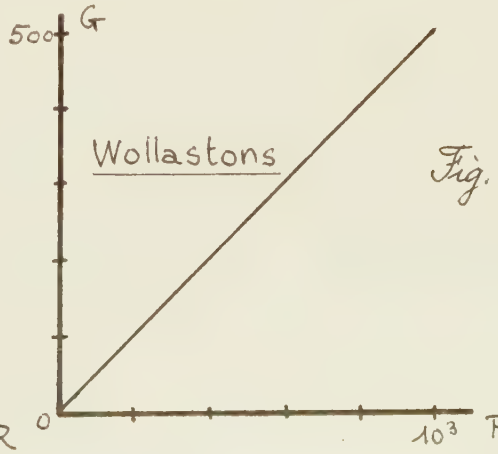


Fig. 59. b.

Pour augmenter le gain d'étendue du Sagnac, l'angle de champ étant défini par la géométrie de l'interféromètre, on ne peut guère modifier que la dimension de la pupille de sortie. Avec le montage actuel, on peut adapter le diamètre de l'objectif aux dimensions des lames, c'est-à-dire utiliser un objectif de diamètre égal à 80 mm, ce qui porterait le gain d'étendue, pour une résolution $R = 10^3$, à 1200 environ.

Quant au montage biréfringent, on peut, d'une part, augmenter la dimension des Wollastons; dans un montage en cours de réalisation, nous aurons deux Wollastons présentant une pupille de 40 mm x 40 mm. D'autre part, on peut utiliser un angle de champ beaucoup plus important, à condition d'utiliser un objectif de qualité suffisante pour l'exploitation la meilleure possible de ce grand champ. Par exemple, si l'on veut atteindre également, à la résolution $R=10^3$, le gain d'étendue de 1200 que nous avons calculé dans le cas précédent, il faut multiplier l'angle de champ par un facteur de l'ordre de 2,25. Ce qui nous conduit, en conservant la même grille, à un objectif de 270 mm de focale et de $40\sqrt{2}$ mm, soit environ 56 mm, de diamètre. Avec ce montage, le gain d'étendue en fonction de la résolution est indiqué sur la figure (59 b). Mais on se heurte, dans ces conditions, à une difficulté introduite par la distorsion du

pas des franges, comme nous l'avons montré page 136. On ne pourrait pas en effet, avec ce montage, explorer un intervalle spectral supérieur à 1000 cm^{-1} de part et d'autre du nombre d'onde qui a permis de réaliser la grille. Par contre, on pourra utiliser un angle de champ encore plus important dans les problèmes de corrélation de spectres, où la distorsion des franges n'a aucune influence sur le signal ; cette étude sera faite ultérieurement, en particulier pour les problèmes de corrélation de spectres de raies ; car ce montage, bien que nécessitant un objectif de bonne qualité (ce qui est un inconvénient important par rapport à deux Wollastons d'épaisseurs différentes qui fournissent des franges à distance finie donc sans objectif), permet d'obtenir, à résolution égale, une plus grande étendue.

VI. 3. Résultats expérimentaux.

3.1. Fonctions d'appareil.

3.1.1. Fonction non apodisée H_0

Sur la figure 60 est représentée la fonction d'appareil obtenue avec un cache carré de 40 mm sur 40 mm. La dissymétrie que l'on observe est probablement due à une transparence non uniforme de la grille lors de sa réalisation car le déplacement longitudinal ou transversal de cette grille est sans effet sur cette dissymétrie.

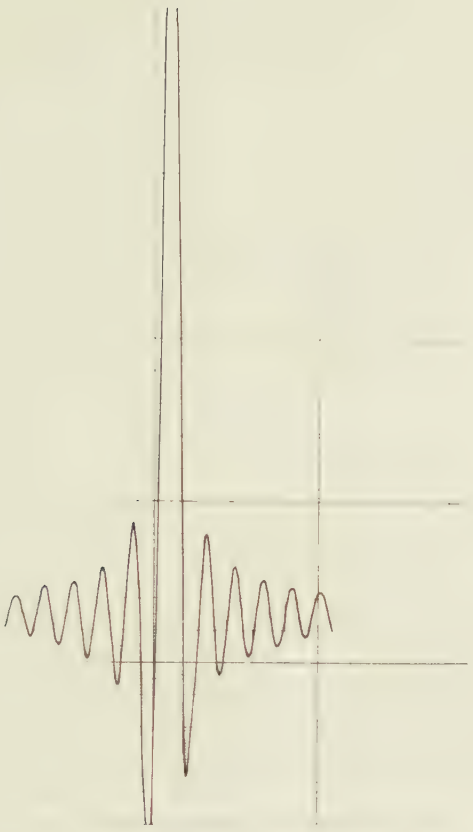


Fig. 60

Fonction non apodisée H_o

Fig. 61

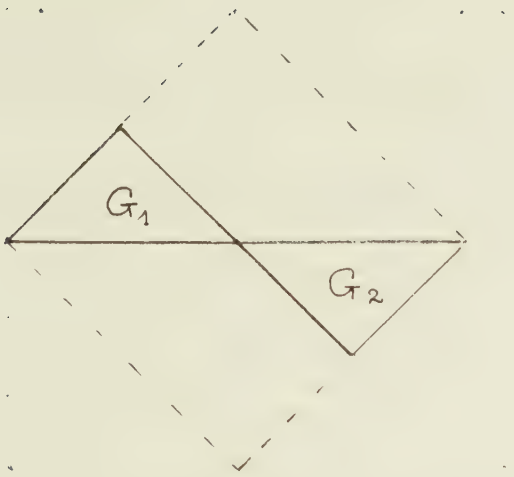
Fonction apodisée $H_{o,ap}$

3.1.2. Fonction apodisée $H_{o,ap}$

Le cache, placé sur la grille précédente, a la forme d'un losange et l'on se rend compte sur la fig. (61) de l'effet d'apodisation

3.1.3. Fonction d'appareil dérivée première H_1

Sur la fig. (62) est représenté l'enregistrement de la fonction d'appareil relative à un cache ayant la forme indiquée



ci-dessus où les parties G_1 et G_2 ont la même période mais sont complémentaires. (Nous avons choisi cette forme de contour car il permet d'utiliser la grille mise en œuvre dans le double faisceau.

Fig. 62

3.1.4. Fonction d'appareil dérivée seconde Hz

Cette fonction est obtenue en mettant un cache parabolique sur le contour carré utilisé en 1. On voit que la dissymétrie de la fonction d'appareil non apodisée se retrouve sur

Fig. 63

la fonction d'appareil dérivée seconde.

3.2. Spectres obtenus à partir des fonctions d'appareil H_o et $H_{o,ap}$.

3.2.1. Doublet jaune du Sodium.

Ce spectre – fig. (64) – est obtenu à partir du Sagnac sans apodisation. Il correspond à une résolution de l'ordre de 3 000.

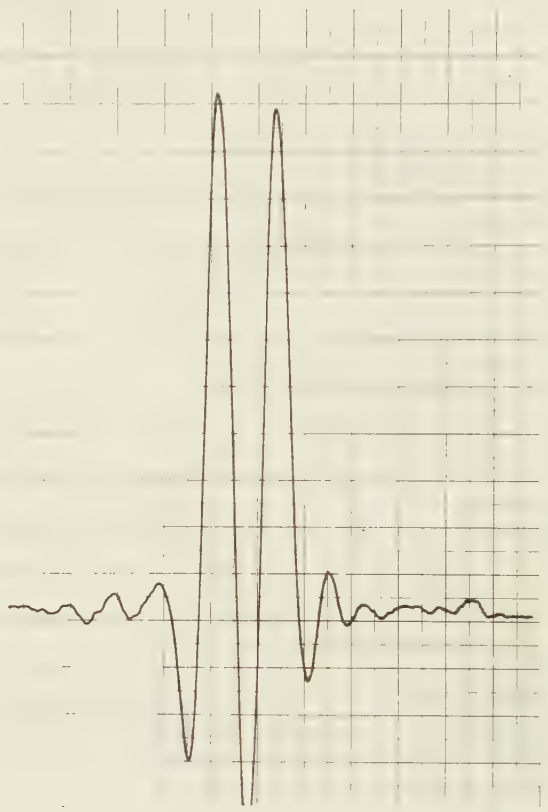


Fig. 64

3.2.2. Spectre d'une lampe à cathode creuse de fer.

Ce spectre est obtenu à partir du montage à deux Wollastons identiques avec une résolution de l'ordre de 300. Cet enregistrement a été réalisé dans les conditions suivantes. une densité égale à 2 est placée devant la source; la partie du spectre détectée concerne un ensemble de raies dont l'énergie est très faible devant l'énergie des raies rouges dues au néon présent dans la lampe et violettes et ultra violettes dues au fer.

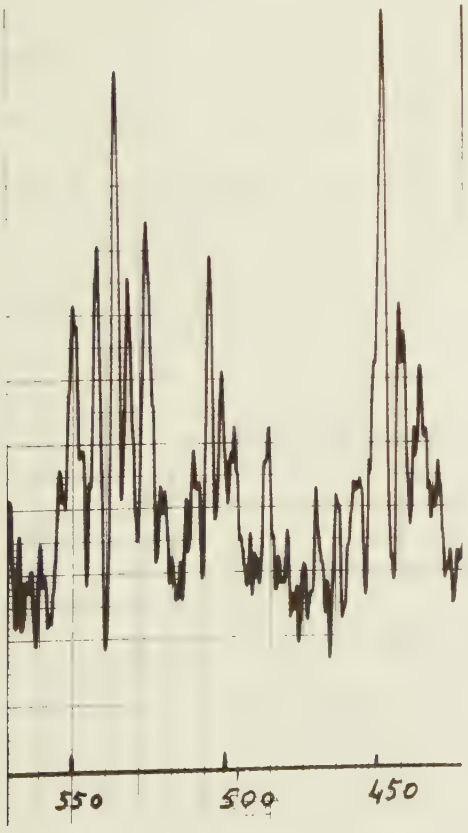


Fig. 65

3.2.3. Spectre de fluorescence.

Le spectre représenté sur la fig. (66) est celui de fluorescence de l'anthracène dans le cyclohexane à une concentration de 10 p.p.m.; l'interféromètre utilisé est le Sagnac. La source d'excitation est une lampe "Philora" 75 W munie d'un verre de Wood. Le rapport signal sur bruit obtenu permet d'espérer pouvoir atteindre des concentrations beaucoup plus faibles. Cependant, aux concentrations plus basses, on est gêné par le spectre de diffusion des raies contenues dans la source d'excitation utilisée et qui empiètent sur le spectre de fluorescence de l'anthracène. Aussi allons nous reprendre systématiquement ces expériences de fluorescence en utilisant comme source excitatrice une lampe au xénon de 150 W associée à un monochromateur du type H_{20} U.V de Jobin Yvon.

Fig. 66.

3.2.4. Spectres d'absorption obtenus avec un montage monofaisceau.

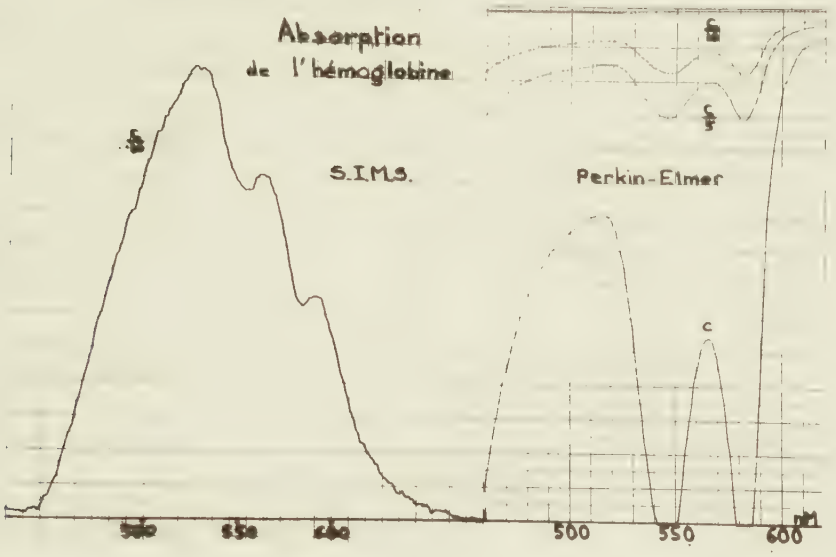


Fig. 67

Sur la fig. (67) est représenté le spectre d'absorption de l'hémoglobine dissoute dans l'eau. On voit que le résultat obtenu avec le S.I.M.S. est comparable à celui fourni par un spectrophotomètre double faisceau Perkin-Elmer d'un modèle courant.

3.2.5. Spectres d'absorption obtenus avec le montage double faisceau.

Ce spectromètre est obtenu en remplaçant la grille périodique par la double grille composée de 2 parties G_1 et G_2 complémentaires (voir page 150). Le flux issu de G_1 traverse la cuve de référence; le flux issu de G_2 une cuve contenant l'échantillon, ces 2 flux étant captés par le même récepteur.

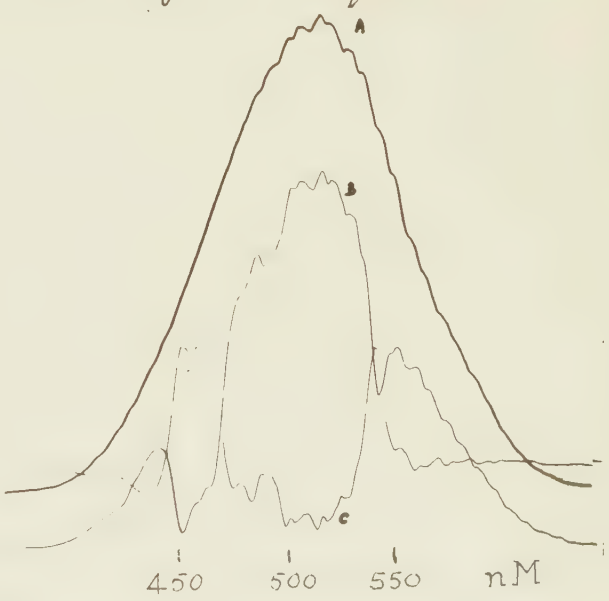


Fig. 68

Les spectres de la fig. (68) nous montrent le principe de fonctionnement de ce dispositif. Le spectre A est obtenu en masquant la voie échantillon qui comporte un filtre à oxyde d'holmium; il représente donc la réponse spectrale du système éclairé par une lampe à ruban de tungstène. Le spectre B est obtenu en masquant la voie référence. Enfin le spectre C, les deux voies étant utilisées, représente la différence des spectres A et B pour chaque longueur d'onde.

La figure (69) représente selon ce principe le même spectre mais à une résolution plus élevée.

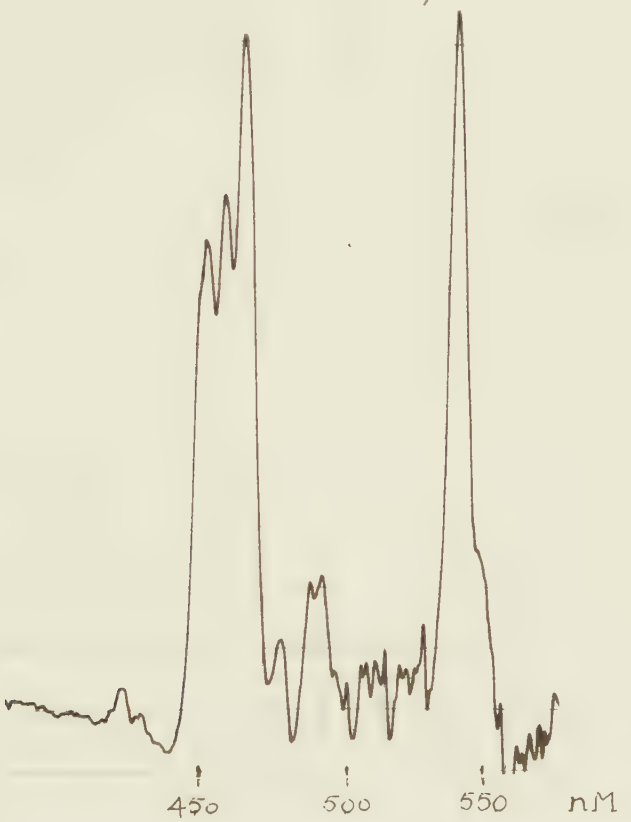


Fig. 69.

A partir de ce montage, nous avons repris l'expérience de l'hémoglobine à une concentration plus basse que précédemment

et nous avons comparé le résultat obtenu à celui réalisé sur un appareil Beckman Acta III. Les résolutions utilisées sur les deux appareils sont comparables; elles sont de l'ordre de 500.

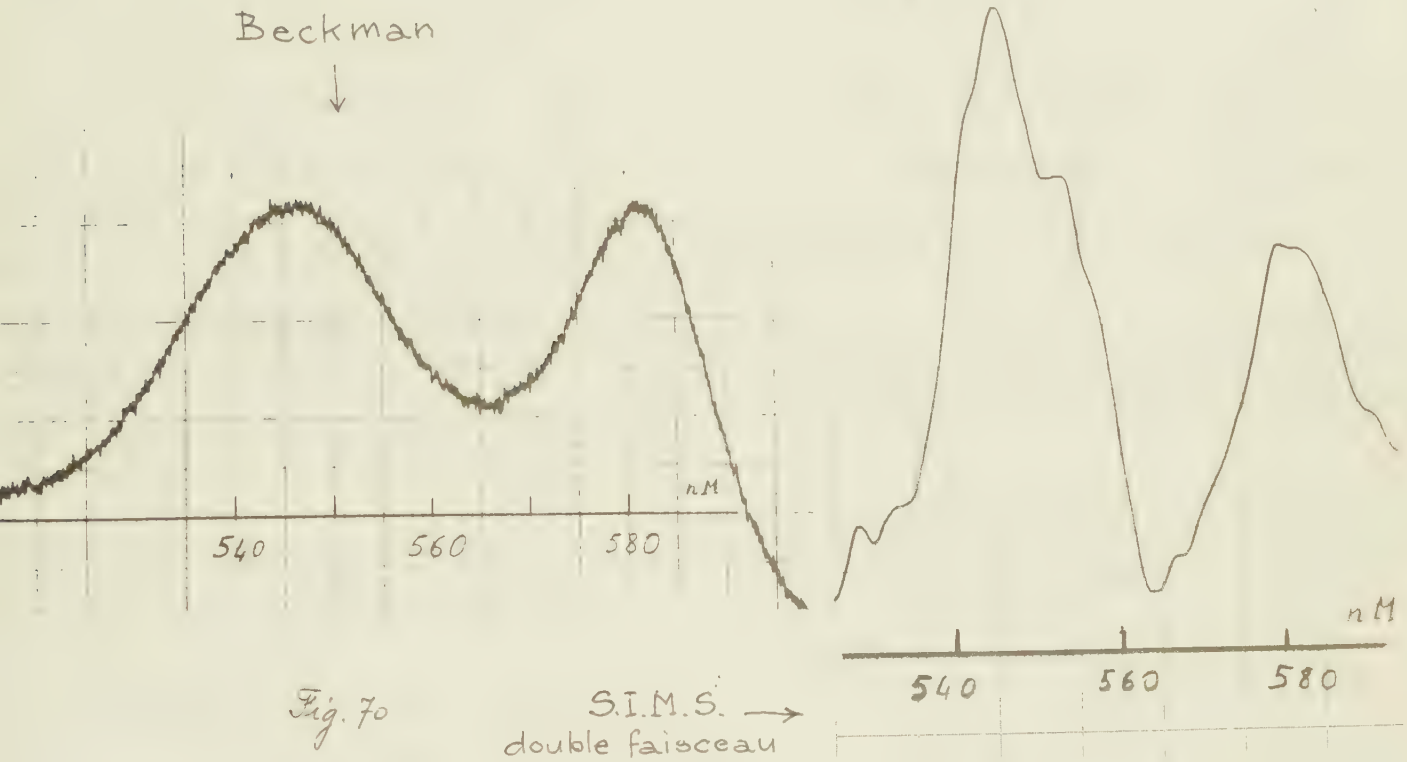


Fig. 70

Fig. 71

On note les deux bandes d'absorption à 545 et 582 nM. Dans l'enregistrement fait avec le S.I.M.S. la différence de hauteur qui apparaît entre les deux bandes d'absorption, si l'on compare cet enregistrement à celui obtenu sur le Beckman, provient du fait que, dans notre montage, on effectue la différence des transparences des deux voies; or cette différence est multipliée par la réponse spectrale du système qui est indiquée sur le spectre A de la fig. (68); on voit, en effet, que cette réponse

à une valeur plus grande à 545 nM qu'à 580 nM.

On étudie actuellement la possibilité d'effectuer, non plus la différence des flux transmis par chaque voie, mais leur rapport en plaçant devant l'ensemble des deux grilles un cache dont l'amplitude du déplacement, parallèlement aux franges, serait asservie au signal délivré par le détecteur synchrone (signal d'erreur), et serait ainsi proportionnelle au rapport des flux transmis par chaque voie.

3.3. Spectres obtenus à partir de la fonction d'appareil H_1: dérivées de spectres.

Dans ces expériences, utilisant le montage à deux Wollastons identiques, la grille est réalisée suivant le modèle décrit page 34, fig. 5 (a).

La fig. (72) représente un exemple de dérivation de spectres; il concerne le NO_2 et l'on remarque en particulier le signal qui apparaît lors de tout changement de pente du spectre.

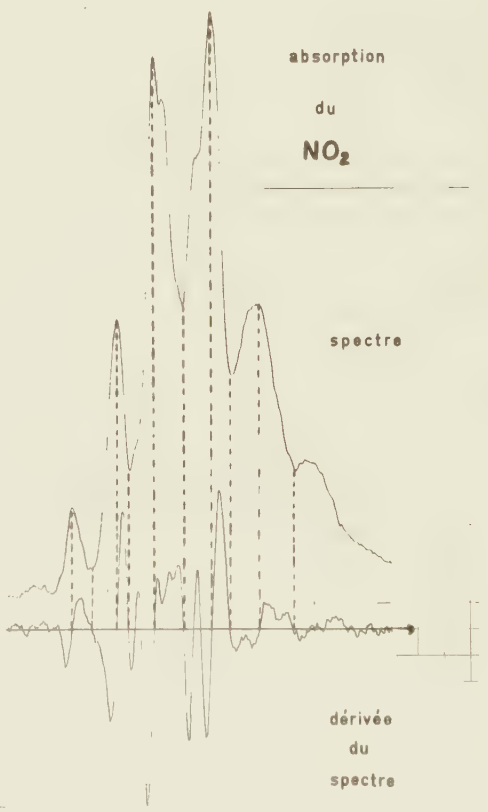


Fig. 72

3.4. Corrélation de spectres.

Comme nous l'avons dit dans l'introduction, le montage à deux Wollastons d'épaisseurs différentes, en vue de la corrélation des spectres de raies, est en cours d'exploitation et nous n'avons pas pour le moment de résultats à présenter. Par contre, nous avons réalisé un premier montage pour étudier la corrélation des spectres continus ; nous avons pris comme premier exemple celui de la détection de NO_2. Le montage mis en œuvre est représenté sur la fig. (73).

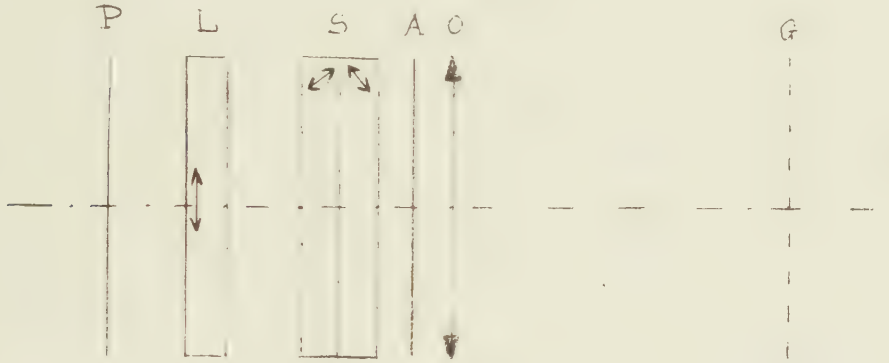


Fig. 73

Il comprend entre le polariseur P et l'analyseur A un SAVART compensé S en quartz de 10 mm d'épaisseur, de 10 mm de diamètre, une lame de quartz L de 4 mm d'épaisseur et de 5 mm de diamètre, un objectif O dans le plan focal duquel est placée une grille G. Le Savart compensé S joue le même rôle que l'ensemble de deux Wollastons de même épaisseur, il permet d'obtenir des franges rectilignes localisées à l'infini. Son épaisseur permet d'obtenir environ 40 franges sur un champ

de 40 mm. La lame L permet d'obtenir le déphasage nécessaire pour avoir les franges caractéristiques de NO_2 au centre du champ, c'est-à-dire un ordre d'interférence voisin de 100 pour la longueur d'onde moyenne de 400 nM.

Pour la détection du NO_2, nous avons procédé de la façon suivante: on place devant cet appareil une cuve de 100 mm d'épaisseur, de 40 mm de diamètre, et une lampe au xénon de 75 W. On injecte dans cette cuve des volumes connus de NO_2 à l'aide d'une seringue. Nous avons réalisé cette expérience dans les mêmes conditions avec le spectromètre corrélateur Cospec II de Barringer utilisant un spectromètre à réseau et un masque représentant le spectre de référence recherché (p. 52). Les résultats obtenus sont représentés sur la fig. (74) où l'on voit les signaux donnés

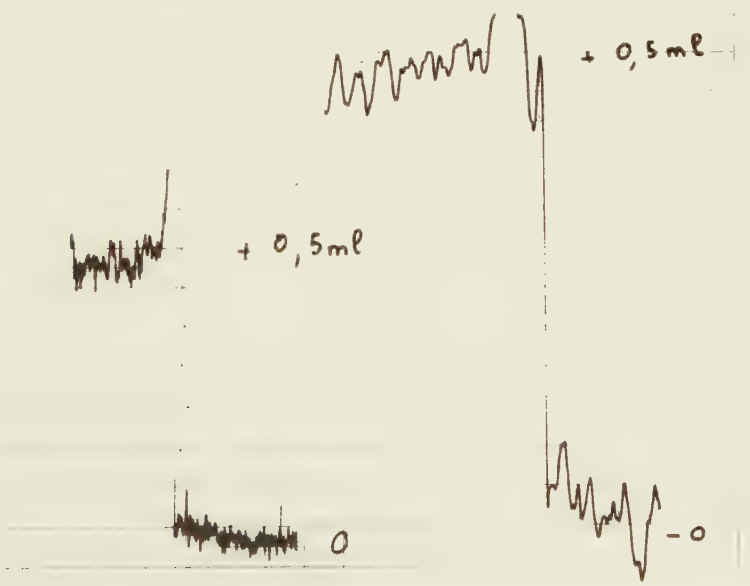


Fig. 74.

par les deux appareils après une injection de 0,5 ml dans la cuve décrite ci-dessus; à gauche avec le Barringer, à droite

avec notre appareil. Le rapport signal sur bruit est comparable dans les deux enregistrements mais, compte tenu de la dimension très petite des composants que nous avons mis en œuvre dans notre système pour cette expérience, on peut raisonnablement espérer un gain important en rapport signal sur bruit avec un montage en cours de réalisation et dont la lame déphasante taillée en forme de coin présente une pupille de 20 mm sur 20 mm.

CONCLUSION.

Dans cette étude nous avons montré qu'à partir du montage de base, comportant un interféromètre à dédoublement par translation transversale, un objectif et une grille placée dans son plan focal sur laquelle se forment les franges fournies par cet interféromètre, on pouvait mettre en œuvre de nombreuses applications spectrométriques.

C'est ainsi que nous avons réalisé tout d'abord un spectromètre permettant l'obtention sans calculs a posteriori d'un spectre d'émission ou d'absorption. Dans ce dernier cas, nous avons étudié et mis au point un dispositif double faisceau. Nous avons également, en utilisant les propriétés de la transformation de Fourier, mis en œuvre un spectromètre dérivateur, et plusieurs montages de corrélation de spectres ou de leurs dérivées. Nous avons en particulier réalisé un dispositif très simple en vue de l'étude des polluants atmosphériques par corrélation.

Bien que l'on ne rencontre dans tous ces dispositifs aucune limitation fondamentale de la luminosité, celle-ci est étroitement liée au choix de l'interféromètre. C'est ainsi que nous avons été conduits à utiliser deux types d'interféromètres et l'on peut actuellement dégager les conclusions suivantes:

1) Cas où l'interféromètre est un Sagnac

Cet interféromètre présente l'inconvénient de fournir un angle de champ relativement limité et voisin de 10^{-1} radian. D'autre part, malgré sa simplicité de réglage et de fonctionnement, il est d'un coût plus élevé que les interféromètres biréfringents, surtout du fait des lames semi réfléchissantes et compensatrices qui doivent être de surface importante si l'on veut obtenir une étendue intéressante, compte tenu de la valeur limitée de l'angle de champ. Par contre, cet interféromètre offre l'avantage, par rapport aux interféromètres biréfringents en quartz, de fonctionner à des résolutions plus élevées, qui peuvent atteindre facilement la valeur de 5 000

2) Cas où l'interféromètre utilisé est biréfringent.

Nous avons étudié plusieurs interféromètres de ce type :

a) Association de deux Wollastons identiques en quartz.

Cet interféromètre présente, aux résolutions inférieures à 1 000, l'avantage de permettre la réalisation d'appareils simples, compacts et peu coûteux. Il se prête, d'autre part, très bien, à la réalisation d'un spectromètre double faisceau, d'un spectromètre dérivateur ou corrélateur de spectres ou de dérivées de spectres, tout en présentant une étendue au moins égale à celle susceptible d'être offerte par le Sagnac. Cependant, sauf dans le cas des corrélations de spectres, il

présente une limitation importante due à la distorsion du pas des franges qu'il produit ; ce qui ne permet pas l'analyse d'un domaine spectral étendu. D'autre part, il nécessite, si l'on veut utiliser effectivement toute l'étendue offerte par cet interféromètre, l'emploi d'un objectif bien corrigé des aberrations de champ.

b) Association de deux Wollastons d'épaisseurs différentes :

Ce montage se prête très bien aux problèmes de corrélation de spectres de raies. Il présente l'avantage, par rapport à l'interféromètre à deux Wollastons de même épaisseur, de ne pas nécessiter l'utilisation d'un objectif. En contre-partie, il offre par rapport à ce dernier une étendue inférieure qui est de l'ordre de celle des autres spectromètres interférentiels (Perot. Fabry, S.I.S.A.M., etc ...). Cependant, cela ne représente pas un inconvénient majeur à basse résolution comme nous l'avons montré dans l'étude théorique.

c) Interféromètre pour corrélation de spectres continus :

L'interféromètre peut alors être réduit à sa plus simple expression (un coin en quartz) dans la mesure où il n'y a pas d'"interférences" trop importantes entre les spectres d'absorption des substances qui sont mélangées au corps recherché. Dans ce cas, l'étendue est également comparable à celle des autres spectromètres interférentiels donc

importante par rapport à celle offerte par un spectro-
mètre à fentes.

Ces deux derniers montages devraient donc permettre la réalisation d'appareils d'analyse plus puissants tout en conservant les qualités de simplicité et de maniabilité des appareils classiques utilisant un spectromètre à fentes.

BIBLIOGRAPHIE

(1) P. JACQUINOT : J Phys. Radium 19, (1958), 223-229

(2) R. CHABBAL : J. Rech. C.N.R.S., 5, 138 (1953-54)

(3) P. CONNES : Rev. opt. 38, 157, 416 (1959)

(4) A. GIRARD : Thèse, Paris (1967)

(5) J. CONNES : Rev. opt. 40, 45, 116, 171, 231, (1961)

(6) P. FELLGET : Thesis, University of Cambridge (1951)

(7) P. FELLGET : J. Phys. Radium 19 (1958), 187-191

(8) P. JACQUINOT : Progress in Physics, Vol. XXIII, p. 267 (1960)

(9) P. JACQUINOT : J. opt. Soc. Am 44 (1954), 761-765

(10) R. PRAT : Japan, J. appl. Phys. suppl. 1, 448 (1965)

(11) R. PRAT : Opt. Acta 13, 2, 73 (1965)

(12) G. FORTUNATO et A. MARECHAL : C.R.A.S, B, 274, 931 (1972)

(13) A. MARECHAL and G. FORTUNATO : C.I.O, 9, Los Angeles, oct. 1972

(14) G. FORTUNATO et A. MARECHAL : C.R.A.S, B, 527, 276 (1973)

(15) A. MARECHAL G. FORTUNATO J. SABATER : C.I.O. Tokyo (1974)

(16) B. DOSSIER : Thèse, Rev. opt, 33, (1954), 57, 147, 267 et 552

(17) G.W. STOKE and A.T. FUNKHOUSER : Phys Letters Vol. 16, n°3, (1965), 272

(18) S. LOWENTHAL C. FROEHLY et J. SERRES : C.R.A.S., 258, (1969), 1481

19) A.R. BARRINGER : Ninth conf. Air Pollution, Pasadena (1968)

20) A.R. BARRINGER : Instrumentation division of I.S.A. Symposia (1969)

21) G. FORTUNATO : C.R.A.S., 274, B, p. 688 (1972)

22) A.R. BARRINGER : Conf. on Sensing of Environ. Poll. Palo Alto, Calif. Nov. 71.

23) P. JACQUINOT et C. DUFOUR : J. Recherches C.N.R.S. t. 2 (1948), 91

24) P. CONNES : Thèses Paris n. 38

25) G. FORTUNATO : C.R.A.S., 274 B p. 688 (1972)

26) P. JACQUINOT : XVIIe Congrès du G.A.M.S. (1954)

27) VAN CITTERT : Physica, 1 (1934), 201

28) ZERNICKE : Physica, 5 (1938), 785

29) P. CONNES : Rev. opt. 35 (1956), 37

30) R. PRAT : Opt. Acta - 18, 3, 213 (1971)

31) G. SAGNAC : J. Phys. Rad. 4, 177 (1914)

32) G. NOMARSKI : J. Phys du Radium - 16, 95 (1955)